

Сравнение экспериментально полученной скорости роста возмущений фронта водородно-воздушного пламени с теоретическими моделями

В. В. Володин, В. В. Голуб и А. Е. Ельянов

Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

E-mail: vlad@ihed.ras.ru

Статья поступила в редакцию 7 декабря 2022 г.

Аннотация. В работе проводится анализ экспериментальных зависимостей высоты ячеек неустойчивости ламинарного сферически расширяющегося газового пламени от времени и их сравнение с зависимостями, рассчитанными по теоретическим моделям. Данный тип распространения пламени является классической тестовой задачей для моделей эволюции фронта пламени. В результате сравнения экспериментальных и расчетных данных получены области соответствия и различия сравниваемых зависимостей. <https://doi.org/10.33849/2022110>

1. ВВЕДЕНИЕ

Скорость распространения фронта пламени в газовых смесях определяется как свойствами горючей смеси, так и морфологией фронта [1–3]. Локальная скорость пламени зависит от радиуса кривизны и скорости растяжения пламени. Скорость складчатого пламени всегда выше скорости гладкого фронта при аналогичных условиях. В связи с этим, как для энергетического использования горения, так и в задачах взрывобезопасности, необходимо учитывать реальную структуру пламени. В работе [4] получены зависимости размеров неоднородностей и высоты подъема пламени от стехиометрического соотношения и скорости газа в бутано-воздушной смеси в горелке МакКенна (McKenna burner). В работах [5, 6] снижение скорости пламени над теплопоглощающей поверхностью объясняется уменьшением отношения плотностей горючей смеси и продуктов сгорания, а также сокращением полной площади фронта пламени, связанной с уменьшением скорости роста неоднородностей. Геометрические размеры неоднородностей, а также динамика роста их амплитуды и ширины, наряду со скоростью ламинарного горения и коэффициентом расширения продуктов сгорания, вносят существенный вклад в скорость распространения пламени [7–9].

Возникновение сложных пространственно-временных структур пламени было впервые обнаружено в экспериментах с пламенем бунзеновской горелки в 1891 году Н. Теклу [10] для смесей светильного газа и в 1892 году А. Смителсом и Г. Инглом [11] для смесей метана, этилена, пентана, гептана, бензола и светильного газа с воздухом. Математическая теория неустойчивости газовых пламен была независимо сформулирована в работах Г. Дарье 1938 года [12] и Л.Д. Ландау 1944 года [13]. Теория описывала развитие малых возмущений бесконечно тонкого фронта пламени, разделяющего горючую смесь и продукты сгорания, имеющие плотность ниже, чем исходная горючая смесь. Расширение газа при сгорании является существенным условием развития неустойчивости Дарье–Ландау. Теория противоречила ранним представлениям об устойчивости плоского фронта пламени и большей части экспериментальных результатов, полученных в то время.

Действительно, фотографии фронта пламени в трубах [14, 15], бунзеновской горелке [16] и в бомбе [17] демонстрировали гладкую поверхность. Отчасти это вызвано условиями горения в экспериментах (сочетание состава смеси и размеров области пламени обеспечивали устойчивый режим горения), отчасти сказывалось несовершенство методов регистрации горения.

Вскоре после теоретического обоснования в 1947 году неустойчивые режимы горения были продемонстрированы экспериментально в работах К.И. Щелкина с соавторами [18] и Я.Б. Зельдовича и А.И. Розловского [19]. Эксперименты показали, что безусловная неустойчивость фронта пламени для всех масштабов возмущений была слишком оптимистичной оценкой. Л.Д. Ландау объяснял причины расхождения теории с экспериментальными наблюдениями тем, что теория не учитывает явления, стабилизирующие фронт пламени.

Еще один механизм неустойчивости пламени был экспериментально получен И.П. Дроздовым и Я.Б. Зельдовичем [20] и интерпретирован как зависимость скорости пламени от кривизны фронта Дж. Маркштейном [21], причем для разных смесей зависимость может меняться вплоть до обратной. Полученный эффект был частично обоснован теоретически Б. Льюисом и Г. фон Эльбе [22] через потоки тепла и горючего к искривленному фронту пламени. Необходимым условием реализации этого механизма является различие коэффициентов переноса тепла и вещества в горючей смеси. Строгая математическая теория термодиффузионного механизма неустойчивости пламени была представлена в работе Г.И. Баренблатта, Я.Б. Зельдовича и А.Г. Истратова [23]. Авторы показали, что термодиффузионный механизм может приводить как к росту малых возмущений, так и к их затуханию, таким образом стабилизируя неустойчивость по механизму Дарье–Ландау. Дополненная этим явлением теория гидродинамической неустойчивости Дарье–Ландау была разработана А.Г. Истратовым и В.Б. Либровичем [24].

В дальнейшем собственные модели распространения неустойчивого фронта пламени с учетом гидродинамического и термодиффузионного механизмов были разработаны Г.И. Сивашинским с соавторами [25], П. Пелсе и П. Клавином [26], С.С. Минаевым с соавторами [27] и М. Маталоном с соавторами [28]. Эксперимен-

тальная проверка теоретических моделей неустойчивости фронта пламени важна как для понимания доминирующих механизмов процесса распространения пламени, так и для адекватной оценки скорости горения различных газовых смесей в зависимости от величины объема. Для определения применимости указанных моделей была проведена данная экспериментальная работа.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ПЛАМЕНИ

Математическая теория неустойчивости газовых пламен была независимо сформулирована в работах Г. Дарье [12] и Л.Д. Ландау [13]. Поскольку работа Г. Дарье осталась неопубликованной, воспользуемся математическим аппаратом из статьи Л.Д. Ландау.

В предположении бесконечно тонкого фронта пламени, скорость которого не зависит от кривизны и растяжения, амплитуду возмущения можно представить в виде функции от времени:

$$A = \text{const} \times \exp \left(\frac{2\pi S_L (\sqrt{\Theta^3 + \Theta^2 - \Theta} - \Theta) t}{\Lambda_c (\Theta + 1)} \right), \quad (1)$$

где S_L — нормальная скорость пламени, Λ_c — длина волны ячейки, Θ — коэффициент теплового расширения продуктов сгорания.

При глобально сферическом распространении пламени длина волны растет с ростом среднего радиуса, поэтому для связи амплитуды неоднородности в последовательные моменты времени логично взять среднее значение измеренных длин волн. Тогда отношение амплитуд неоднородности в последовательные моменты времени n и $n + 1$ можно записать как:

$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = \exp \left(\frac{4\pi S_L (\sqrt{\Theta^3 + \Theta^2 - \Theta} - \Theta) \Delta t}{(\Lambda_n + \Lambda_{n+1})(\Theta + 1)} \right). \quad (2)$$

В работе А.Г. Истратова и В.Б. Либровича [24] теория Л.Д. Ландау была дополнена учетом зависимости скорости фронта пламени от его локальной кривизны с использованием подхода Дж. Маркштейна [21] и роста длины волны неоднородности с ростом среднего радиуса пламени. Длина волны заменена на номер гармоники $k = 2\pi \langle R \rangle / \Lambda_c$. Зависимость амплитуды неоднородности от времени представлена в следующем виде:

$$A = \text{const} \times \left(\frac{\Theta S_L t}{L_M} \right)^\omega \exp \left(\frac{L_M (\omega d_3 + d_4)}{\Theta S_L t (2\omega + d_1 - 1)} \right), \quad (3)$$

где L_M — длина Маркштейна, ω — положительный корень уравнения:

$$\omega^2 + d_1 \omega + d_2 = 0, \quad (4a)$$

$$d_1 = \frac{2k(k+2\Theta)+3(k+1)}{k(\Theta+1)+1}, \quad (4b)$$

$$d_2 = \frac{(1-\Theta)k^3+2\Theta k^2+3\Theta k(\Theta+1)-k+2\Theta}{\Theta(k(\Theta+1)+1)}, \quad (4c)$$

$$d_3 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{k(\Theta+1)+1}, \quad (4d)$$

$$d_4 = \frac{k(k+1)^2(2k+1)}{k(\Theta+1)+1}. \quad (4e)$$

В модели А.Г. Истратова и В.Б. Либровича постоянной считается номер гармоники возмущения, что поз-

воляет не использовать дополнительные приближения. Для уменьшения ошибки определения номера гармоники по экспериментальным фотографиям полученные значения были усреднены:

$$k = \frac{2\pi}{N} \sum_{n=1}^N \langle R_n \rangle \Lambda_n, \quad (5)$$

где N — количество снимков в обрабатываемой последовательности. Тогда отношение амплитуд неоднородности в последовательные моменты времени можно записать как:

$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = \left(\frac{t_{n+1}}{t_n} \right)^\omega \exp \left(- \frac{L_M (\omega d_3 + d_4) \Delta t}{\Theta S_L (2\omega + d_1 - 1) t_n t_{n+1}} \right). \quad (6)$$

В работе [26] представлены зависимости роста неоднородностей на прямом фронте пламени:

$$A = \text{const} \times \exp \left(\frac{\omega S_L}{\delta_{th}} t \right), \quad (7)$$

где δ_{th} — тепловая толщина фронта пламени, а ω — положительный корень уравнения:

$$d_1 \omega^2 + d_2 \omega + d_3 = 0, \quad (8a)$$

$$d_1 = \frac{\Theta+1}{\Theta} + \left(\frac{\Theta-1}{\Theta} \frac{L_M}{\delta_{th}} - \ln \Theta \right) k, \quad (8b)$$

$$d_2 = 2k \left[1 + \Theta \left(\frac{L_M}{\delta_{th}} - \ln \Theta \right) k \right], \quad (8c)$$

$$d_3 = (\Theta - 1) k^2 \left[k \left(1 + \frac{3\Theta-1}{\Theta-1} \frac{L_M}{\delta_{th}} - \frac{2\Theta}{\Theta-1} \ln \Theta \right) - 1 \right], \quad (8d)$$

$$k = \frac{2\pi \delta_{th}}{\Lambda_c}. \quad (8e)$$

Отношение амплитуд неоднородности в последовательные моменты времени можно записать как:

$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = \exp \left(\frac{\omega S_L}{\delta_{th}} \Delta t \right). \quad (9)$$

Согласно работе [27] фронт пламени в приближении с одной доминирующей гармоникой описывается уравнением вида:

$$R(\varphi, t) = R_0(t) + 2|L_M| \ln(1 + a^2 + 2a \cos(k\varphi)), \quad (10)$$

где R_0 — постоянная составляющая радиуса фронта пламени, a — безразмерный параметр, отвечающий за амплитуду неоднородностей, k — номер гармоники, φ — угол в полярной системе координат. Амплитуда неоднородностей равна:

$$A = 4|L_M| \ln \left(1 + \frac{2a}{1-a} \right). \quad (11)$$

Скорость роста параметра a и радиуса пламени связаны уравнениями:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = S_L a \left(\frac{(\Theta-1)k}{2R_0} - \frac{(1+a^2)k^2|L_M|}{(1-a^2)R_0^2} \right) \\ \frac{dR_0}{dt} = S_L \left(1 + \frac{4k^2 a^2 L_M^2}{(1-a^2)R_0^2} \right) \end{cases}. \quad (12)$$

Из первой формулы системы (12), зная зависимость среднего радиуса пламени от времени, можно получить

скорость роста отдельных неоднородностей. Получим из начальной амплитуды неоднородности безразмерный параметр:

$$a = \tanh \left(\frac{A}{8|L_M|} \right). \quad (13)$$

Воспользовавшись формулой численного интегрирования, амплитуду неоднородности в последовательные моменты времени можно записать как:

$$a_{n+1} \cong a_n + S_L a_n \left(\frac{(\Theta - 1)k}{2R_0} - \frac{(1 + a_n^2)k^2|L_M|}{(1 - a_n^2)R_0^2} \right) \Delta t. \quad (14)$$

Определим шаг интегрирования. Для этого представим зависимость параметра (a) от времени в виде ряда Тейлора:

$$a_{n+1} = a_n + \frac{da(t_n)}{dt} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d^2 a(t_n)}{dt^2} \Delta t^2 + \dots \quad (15)$$

Шаг выбирается из условия:

$$\left| \frac{1}{2} \frac{d^2 a(t_n)}{dt^2} \right| \Delta t \ll \left| \frac{da(t_n)}{dt} \right|. \quad (16)$$

При типичных значениях $a > 0.9$:

$$\Delta t \ll \frac{(1 - a^2)R_0^2}{(1 + a^2)k|L_M|} \times \left| \frac{(\Theta - 1)(1 - a^2)R_0 - 2(1 + a^2)k|L_M|}{S_L(1 + 4a^2 - a^4)k^2|L_M| + 2(1 - a^2)R_0 \frac{dR_0}{dt}} \right|. \quad (17)$$

В работе [25] уравнение Сивашинского [29] адаптировано для расширяющегося пламени и имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial t} = & \frac{\Theta S_L}{2R_0^2} \left(\frac{\partial R}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{(Ze(1 - \frac{1}{Le}) + 2)\delta_{th}S_L}{2R_0^2} \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi^2} \\ & + \frac{(\Theta - 1)S_L}{2\pi R_0} \sum_{n=1}^{\infty} n \int_0^{2\pi} \cos[n(\varphi - \varphi^*)] R(\varphi^*) d\varphi^* \\ & + \Theta S_L \end{aligned} \quad (18)$$

Представим фронт пламени в каждый момент времени в виде:

$$R = R_0 + a \sin(k\varphi), \quad (19)$$

где $k = 2\pi R_0/\Lambda_c$, a — амплитуда возмущения. В точках с максимальным радиусом $\sin(k\varphi) = 1$, $\cos(k\varphi) = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_0}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} = & - \frac{(Ze(1 - 1/Le) + 2)\delta_{th}S_L a k^2}{2R_0^2} \\ & + \frac{(\Theta - 1)S_L a k}{2R_0} + \Theta S_L. \end{aligned} \quad (20)$$

В точках с минимальным радиусом $\sin(k\varphi) = -1$, $\cos(k\varphi) = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_0}{\partial t} - \frac{\partial a}{\partial t} = & \frac{(Ze(1 - 1/Le) + 2)\delta_{th}S_L a k^2}{2R_0^2} \\ & - \frac{(\Theta - 1)S_L a k}{2R_0} + \Theta S_L. \end{aligned} \quad (21)$$

Следовательно, скорость роста амплитуды возмущения можно выразить как:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{S_L A k}{2R_0^2} [(\Theta - 1)R_0 - (Ze(1 - 1/Le) + 2)\delta_{th}k]. \quad (22)$$

Критическое значение длины волны, при котором начинается рост амплитуды неоднородности можно определить следующим образом:

$$\Lambda_c = \frac{2\pi}{\Theta - 1} (Ze(1 - 1/Le) + 2)\delta_{th}. \quad (23)$$

Тогда отношение высот неоднородностей в последовательные моменты времени можно вычислить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{A_{n+1}}{A_n} = & \exp \left[\frac{(\Theta - 1)k}{2R_0} S_L \Delta t \right] \\ & \times \exp \left[- \frac{S_L \Delta t k^2}{2R_0^2} \left(A_n \Theta + \left(Ze \left(1 - \frac{1}{Le} \right) + 2 \right) \delta_{th} \right) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Шаг интегрирования определяется аналогично предыдущей модели из условия 16 и может быть рассчитан следующим образом:

$$\Delta t \ll \frac{4R_0}{|S_L k(\Theta - 1) - 2\partial R_0/\partial t|}. \quad (25)$$

Следующая модель представлена в работе [28]. Модель построена на основе теоретического анализа сферически расширяющегося пламени. Амплитуда k гармоники в последовательные моменты времени рассчитывается следующим образом:

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\omega + \frac{\delta_{th}}{R \ln(R/R_0)} \Omega}, \quad (26)$$

где ω — показатель роста неоднородности, независимый от глобального искривления фронта пламени:

$$\omega = \frac{-(d_2 - d_1) + \sqrt{(d_2 - d_1)^2 - 4d_1 d_3}}{2d_1}, \quad (27a)$$

$$d_1 = (\Theta + 1)k + 1, \quad (27b)$$

$$d_2 = 2k^2 + (4 + 5\Theta)k + 4, \quad (27c)$$

$$d_3 = -\frac{(\Theta - 1)}{\Theta} k^3 + 2k^2 + \left[3(\Theta + 1) - \frac{1}{\Theta} \right] k + 2. \quad (27d)$$

Ω — поправка на глобальное искривление фронта пламени, в приближении постоянной температуропроводности горючей смеси, может быть записана в следующем виде:

$$\Omega = \frac{1}{\omega} \left[Q_1 + \left(Ze \frac{Le - 1}{\Theta - 1} \right) Q_2 \right], \quad (28)$$

где коэффициенты Q_1 и Q_2 зависят от волнового числа k , коэффициента расширения продуктов сгорания Θ и показателя роста неоднородности ω [28].

Из формулы (26) видно, что модель описывает развитие неоднородности при $\omega > 0$. Поскольку коэффициент d_1 положителен при любых положительных значениях k и Θ , величина ω положительна при $d_3 < 0$.

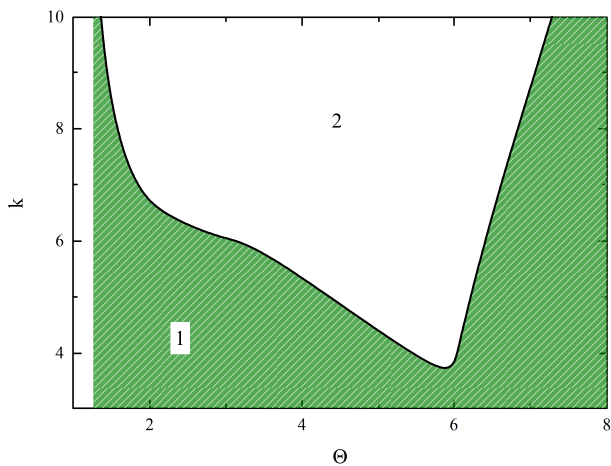


Рисунок 1. Зависимость минимального волнового числа неустойчивого возмущения от коэффициента расширения продуктов сгорания. 1 — область затухания возмущений, 2 — область роста возмущений.

Найдем граничные значения параметров k и Θ :

$$\Theta = \frac{k^3 - 2k^2 - 3k - 2}{6k} \pm \frac{\sqrt{k^6 - 4k^5 - 14k^4 + 8k^3 + 29k^2 + 12k + 4}}{6k}. \quad (29)$$

Для каждого значения коэффициента расширения продуктов сгорания существует диапазон волновых чисел, когда неоднородность усиливается (рисунок 1).

Поскольку момент зарождения неоднородности на экспериментальных снимках рассмотреть не удастся, отношение амплитуд неоднородности в последовательные моменты времени можно найти как отношение правых частей уравнения (26) в соответствующие моменты:

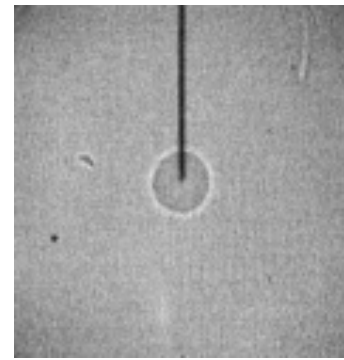
$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = \left(\frac{R_{n+1}}{R_n} \right)^\omega \exp \left\{ \Omega \delta_{th} \left(\frac{1}{R_{n+1}} - \frac{1}{R_n} \right) \right\}. \quad (30)$$

В результате получены формулы для расчета амплитуды неоднородностей в последовательные моменты времени по теоретическим моделям Л.Д. Ландау; А.Г. Истратова и В.Б. Либровича; П. Пелсе и П. Клавина; С.С. Минаева с соавторами; Г.И. Сивашинского с соавторами и М. Маталона с соавторами.

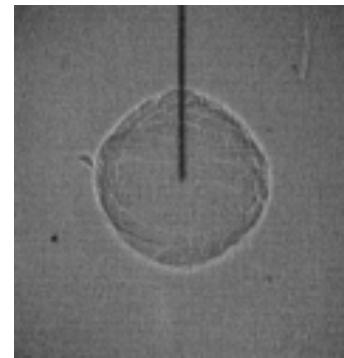
3. ПОЛУЧЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ФРОНТА ПЛАМЕНИ

С каждой из горючих смесей проводилось от 23 до 30 экспериментов. Из экспериментов выбирались такие, где неоднородность распространялась в плоскости, перпендикулярной оптической оси теневого прибора (пример на рисунке 2).

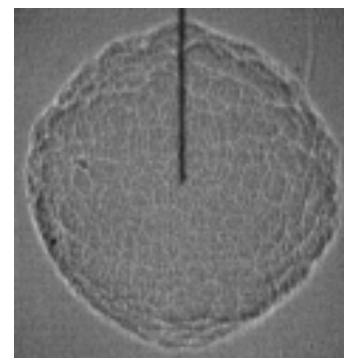
На экспериментальных фотографиях были выбраны неоднородности, которые можно отследить на протяжении не менее трех кадров для построения зависимостей длины волны и амплитуды неоднородности от времени. В каждой серии экспериментов было обнаружено от одной до пяти неоднородностей, удовлетворяющих указанным условиям. Угловые размеры (волно-



(a)



(b)



(c)

Рисунок 2. Последовательные кадры распространения пламени в смеси 20 об.% водорода с воздухом в моменты времени 3.33 (a), 6.67 (b) и 9 мс (c).

вое число) неоднородностей заметно отличались, поэтому экспериментальные зависимости строились для каждой неоднородности без усреднения по ансамблю.

На рисунке 3(a) представлена теневая фотография неустойчивого расширяющегося пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 10 об.% в момент времени 10 мс. Черный прямой объект по центру верхней части фотографии — это искровой разрядник. Разрядный промежуток расположен на его нижнем конце. Пламя распространяется глобально сферически, поэтому границей фронта в сечении, проходящем через искровой разрядник, можно считать переход от внешней светлой полосы к темной области со стороны разрядного промежутка. Светлые полосы внутри границы фронта пламени соответствуют складкам на ближней и дальней от объектива полусферах фронта. В данной работе они не рассматриваются в связи со сложностями вычисления длин волн и амплитуд из проекций.

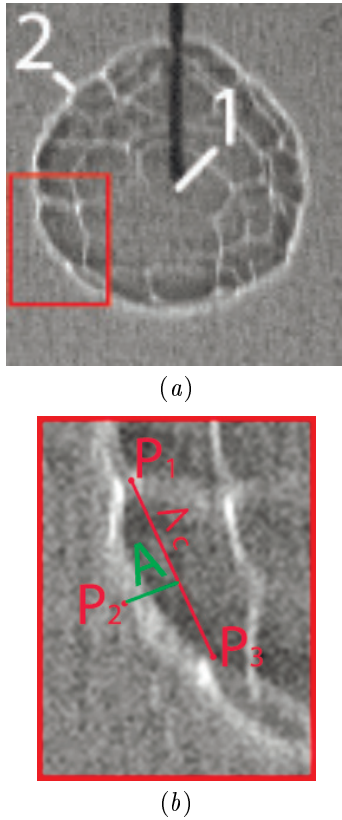


Рисунок 3. Пример выбора точек с минимальными и максимальным расстояниями от точки инициирования. 1 — разрядный промежуток, 2 — фронт пламени. (a) — исходная теневая фотография, (b) — схема определения длины волны и высоты ячейки по точкам.

Из координат снятых точек (рисунок 3(b)) были получены длина волны и амплитуда неоднородности:

$$\Lambda_c = s \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}, \quad (31)$$

$$A = \frac{s^2}{\Lambda_c} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|, \quad (32)$$

где s — масштабирующий множитель.

Данная операция проводилась для последовательных снимков фронта пламени в одном эксперименте для каждого состава смеси. В результате были получены зависимости длины волны и амплитуды от времени для одной или нескольких неоднородностей. Зависимости среднего радиуса фронта пламени от времени были получены ранее [30].

4. РОСТ АМПЛИТУДЫ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ВОДОРОДНО-ВОЗДУШНЫХ СМЕСЯХ

На рисунке 4 представлена серия последовательных форм фронта пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 10 об. %.

Измеренные амплитуды нанесены на график (рисунок 5), а измеренные средние радиусы и длины волн были использованы для вычисления амплитуды по теоретическим моделям. Здесь и далее амплитуда неоднородности на первом обработанном кадре считалась начальной для вычисления по теоретическим моделям, длина волны бралась в каждый момент времени из эксперимента, для моделей с постоянным волновым числом, значение k рассчитывалось для каждого кадра, и в рас-

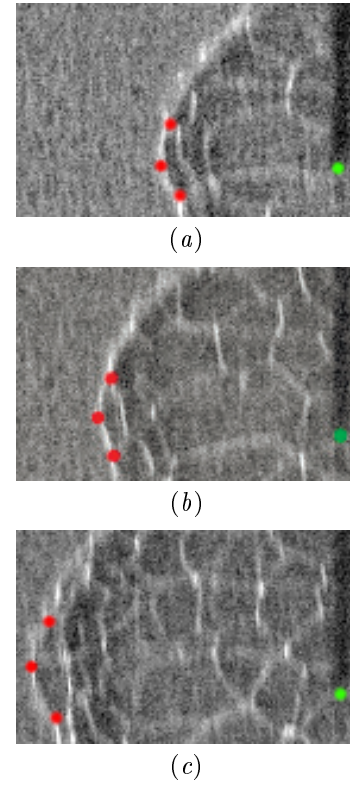
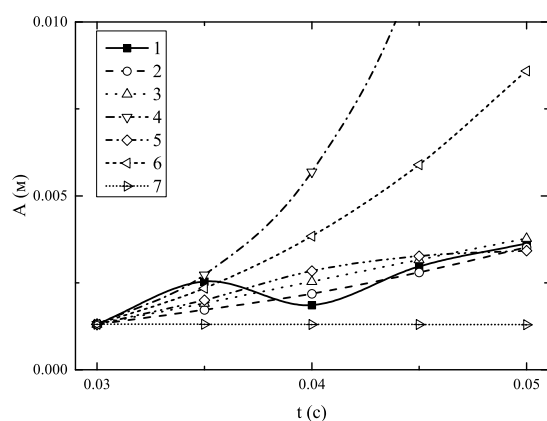


Рисунок 4. Последовательность теневых снимков неоднородности пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 10 об. % в моменты времени 3 (a), 4 (b) и 5 мс (c). Зеленая метка — точка воспламенения, красные метки — основание и вершина неоднородности.

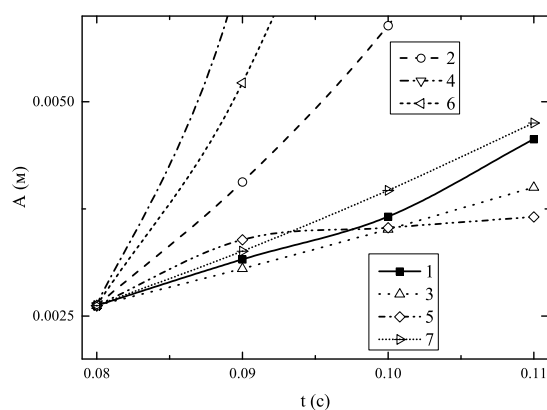
чете использовалось среднее арифметическое значение. Для этой неоднородности среднее значение волнового числа равно 5.9.

Из графиков, представленных на рисунке 5(a), видно, что на начальной стадии от 20 до 35 мс амплитуда лучше всего описывается моделями Пелсе–Клавина и Г.И. Сивашинского с соавторами. С 35 до 40 мс наблюдается падение амплитуды до среднего значения между вычисленными по моделям Л.Д. Ландау и М. Маталона с соавторами. После 45 мс измеренные значения в пределах 10% отклонения соответствуют вычисленным по моделям Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича и С.С. Минаева с соавторами. Модель М. Маталона с соавторами показывает слабое падение амплитуды неоднородности в течение всего времени распространения, что противоречит экспериментальным данным.

Из графиков, представленных на рисунке 5(b), видно, что в течение всего распространения неоднородности от 80 до 110 мс амплитуда достаточно точно описывается моделями Истратова–Либровича и М. Маталона с соавторами. Относительное отклонение не превышает 12%. Модели Л.Д. Ландау, Пелсе–Клавина и Г.И. Сивашинского с соавторами демонстрируют значения, превышающие экспериментальные в 1.8, 9.3 и 3.6 раза, соответственно, в момент времени 110 мс. Модель С.С. Минаева с соавторами дает значения амплитуды, отличающиеся от измеренных до 20%, но динамика роста амплитуды не соответствует наблюдаемой в эксперименте. На экспериментальной зависимости наблюдается ускорение роста амплитуды, в то время как модель показывает существенное замедление.



(a)



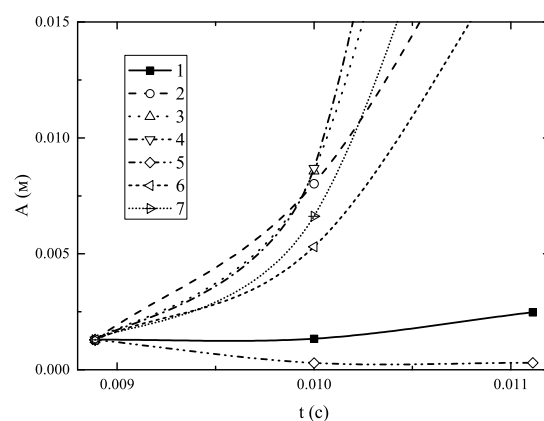
(b)

Рисунок 5. Измеренные и вычисленные амплитуды неоднородности фронта пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 10 об.%. (a) — $k = 5.9$, (b) — $k = 13.3$. 1 — эксперимент, 2 — расчет по модели Л.Д. Ландау, 3 — расчет по модели А.Г. Истратова и В.Б. Либровича, 4 — расчет по модели П. Пелсе и П. Клавина, 5 — расчет по модели С.С. Минаева с соавторами, 6 — расчет по модели Г.И. Сивашинского с соавторами, 7 — расчет по модели М. Маталона с соавторами.

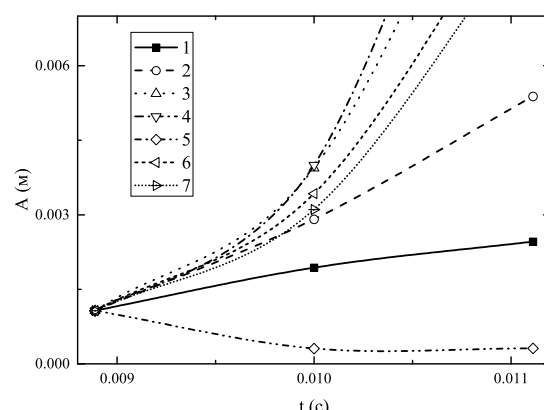
Измеренные и вычисленные зависимости амплитуды неоднородностей от времени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 20 об.% представлены на графиках (рисунок 6).

Из графиков, представленных на рисунке 6(a), видно, что за время распространения пламени амплитуда неоднородности увеличивается приблизительно в 2 раза. Модель С.С. Минаева с соавторами показывает падение амплитуды неоднородности приблизительно в 4 раза. Модели Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клавина, Г.И. Сивашинского с соавторами и М. Маталона с соавторами демонстрируют увеличение амплитуды в 15–45 раз.

Из графиков, представленных на рисунке 6(b), видно, что за время распространения пламени амплитуда неоднородности увеличивается приблизительно в 2.3 раза. Модель С.С. Минаева с соавторами показывает падение амплитуды неоднородности приблизительно в 3 раза. Модели Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клавина, Г.И. Сивашинского с соавторами и М. Маталона с соавторами демонстрируют увеличение амплитуды в 5–14 раз. Наиболее близко рост амплитуды неоднородности описывается моделью Л.Д. Ландау, хотя по-



(a)



(b)

Рисунок 6. Измеренные и вычисленные амплитуды первой неоднородности фронта пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 20 об.%. (a) — $k = 75.5$, (b) — $k = 54$. 1 — эксперимент, 2 — расчет по модели Л.Д. Ландау, 3 — расчет по модели А.Г. Истратова и В.Б. Либровича, 4 — расчет по модели П. Пелсе и П. Клавина, 5 — расчет по модели С.С. Минаева с соавторами, 6 — расчет по модели Г.И. Сивашинского с соавторами, 7 — расчет по модели М. Маталона с соавторами.

лученные значения в 2.2 раза превышают измеренные в эксперименте.

В другом эксперименте в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 20 об.% также наблюдалось распространение неоднородности пламени на пяти последовательных снимках в удобном для измерения ракурсе (рисунок 7).

Из графиков, представленных на рисунке 7, видно, что за время распространения пламени амплитуда неоднородности увеличивается приблизительно в 1.6 раза. При этом рост немонокотный с минимумом в момент времени 11.1 мс. Модель С.С. Минаева с соавторами показывает падение амплитуды неоднородности приблизительно в 10 раз на интервале с 7.8 до 8.9 мс. В дальнейшем амплитуда растет до значения 0.12 от начальной. Модели Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клавина, Г.И. Сивашинского с соавторами и М. Маталона с соавторами демонстрируют увеличение амплитуды в 8.7–22.5 раза. В целом, экспериментальная зависимость лежит между вычисленными по моделям С.С. Минаева с соавторами и М. Маталона с соавторами.

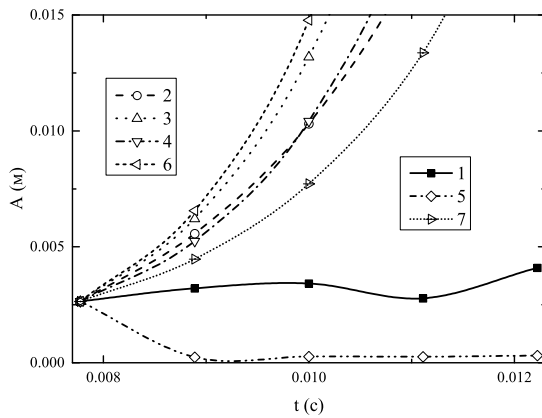


Рисунок 7. Измеренные и вычисленные амплитуды первой неоднородности фронта пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 20 об.%. $k = 34$. 1 — эксперимент, 2 — расчет по модели Л.Д. Ландау, 3 — расчет по модели А.Г. Истратова и В.Б. Либровича, 4 — расчет по модели П. Пелсе и П. Клавина, 5 — расчет по модели С.С. Минаева с соавторами, 6 — расчет по модели Г.И. Сивашинского с соавторами, 7 — расчет по модели М. Маталона с соавторами.

Измеренные и вычисленные зависимости амплитуды неоднородностей пламени от времени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 30 об.% представлены на графиках (рисунок 8).

Из графиков, представленных на рисунке 8(a), видно, что за время распространения пламени амплитуда неоднородности немонотонно увеличивается приблизительно в 2.4 раза. Точнее всего экспериментальную зависимость описывает модель М. Маталона с соавторами, которая показывает монотонный рост амплитуды приблизительно в 1.2 раза. Модель С.С. Минаева с соавторами показывает падение амплитуды неоднородности приблизительно в 1.5 раза. Модели Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клавина и Г.И. Сивашинского с соавторами демонстрируют увеличение амплитуды в 14.9–39.5 раза.

В том же эксперименте были измерены значения длины волны и амплитуды второй неоднородности. Неоднородность возникает на фотографии в момент времени 2 мс с достаточно большой амплитудой в 3.47 мм с волновым числом равным 39.6. В дальнейшем длина волны растет быстрее среднего радиуса пламени, и к 33.3 мм значение волнового числа падает до 6.8. Для этой неоднородности среднее значение волнового числа равно 13.6.

Из графиков, представленных на рисунке 8(b), видно, что на начальном этапе роста до 2.7 мс экспериментальная зависимость растет экспоненциально и хорошо описывается моделью Пелсе–Клавина. Измеренные значения ниже вычисленных на 13–17%. После 2.7 мс скорость роста амплитуды уменьшается, и продолжает рост линейно, как зависимости, вычисленные по моделям Истратова–Либровича и М. Маталона с соавторами. При этом значения амплитуды, измеренные экспериментально, превышают вычисленные по моделям Истратова–Либровича и М. Маталона с соавторами в 1.6–1.8 раза, а скорость роста превышает в 1.4–1.8 раза.

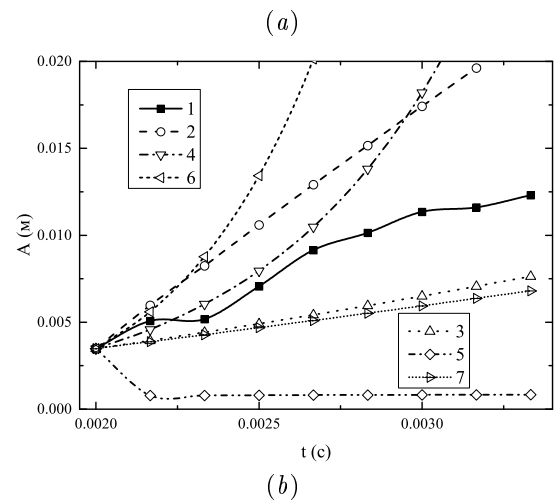
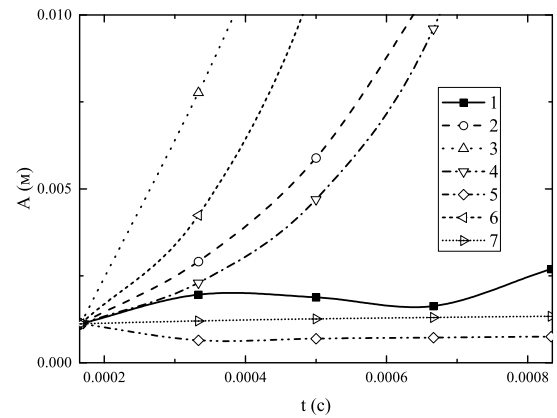


Рисунок 8. Измеренные и вычисленные амплитуды первой неоднородности фронта пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 30 об.%. (a) — $k = 7.3$, (b) — $k = 13.6$. 1 — эксперимент, 2 — расчет по модели Л.Д. Ландау, 3 — расчет по модели А.Г. Истратова и В.Б. Либровича, 4 — расчет по модели П. Пелсе и П. Клавина, 5 — расчет по модели С.С. Минаева с соавторами, 6 — расчет по модели Г.И. Сивашинского с соавторами, 7 — расчет по модели М. Маталона с соавторами.

Модель С.С. Минаева с соавторами показывает падение амплитуды неоднородности приблизительно в 4.5 раза с последующим ростом до значения 0.24 от начальной. Модели Л.Д. Ландау и Г.И. Сивашинского с соавторами демонстрируют превышение измеренных значений амплитуды в 1.8 и 7 раз соответственно в момент времени 3.3 мс.

Измеренные и вычисленные зависимости амплитуды неоднородностей пламени от времени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 40 об.% представлены на графиках (рисунок 9).

Из графиков, представленных на рисунке 9, видно, что за время распространения пламени амплитуда неоднородности немонотонно увеличивается приблизительно в 6.8 раза. Экспериментальная зависимость лежит между теоретическими, вычисленными по моделям Истратова–Либровича и М. Маталона с соавторами, которые показывает монотонный рост амплитуды в 9.2 и 4.8 раза, соответственно. Модель С.С. Минаева с соавторами показывает рост амплитуды неоднородности приблизительно в 2.6 раза, что заметно ниже наблюдаемого в эксперименте. Модели Л.Д. Ландау, Пелсе–Клавина и

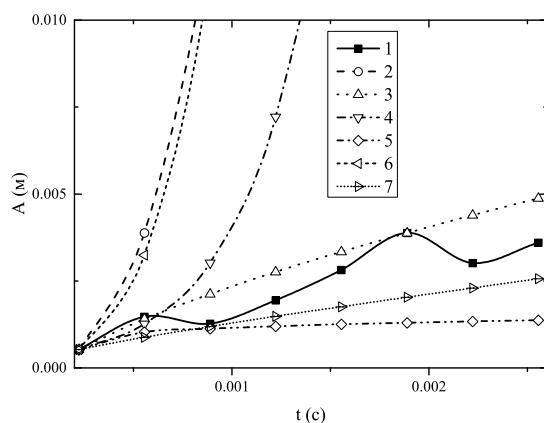


Рисунок 9. Измеренные и вычисленные амплитуды первой неоднородности фронта пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 40 об.%. $k = 9.7$. 1 — эксперимент, 2 — расчет по модели Л.Д. Ландау, 3 — расчет по модели А.Г. Истратова и В.Б. Либровича, 4 — расчет по модели П. Пелсе и П. Клавина, 5 — расчет по модели С.С. Минаева с соавторами, 6 — расчет по модели Г.И. Сивашинского с соавторами, 7 — расчет по модели М. Маталона с соавторами.

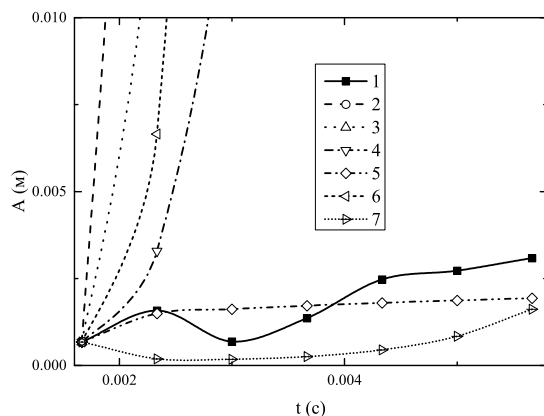


Рисунок 10. Измеренные и вычисленные амплитуды первой неоднородности фронта пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 50 об.%. $k = 45.8$. 1 — эксперимент, 2 — расчет по модели Л.Д. Ландау, 3 — расчет по модели А.Г. Истратова и В.Б. Либровича, 4 — расчет по модели П. Пелсе и П. Клавина, 5 — расчет по модели С.С. Минаева с соавторами, 6 — расчет по модели Г.И. Сивашинского с соавторами, 7 — расчет по модели М. Маталона с соавторами.

Г.И. Сивашинского с соавторами демонстрируют увеличение амплитуды в 261–728 раз, что заметно выше экспериментального.

В смеси с содержанием водорода 50 об.% фронт пламени гладкий либо с единичными складками, расположенными через $(2/3 - 1)\pi$ радиан. То есть считать длину волны и амплитуду по применяемой методике было бы некорректно. В одном из 25 экспериментов удалось обнаружить неоднородность с волновым числом 45.8, расположенную в сечении, перпендикулярном оптической оси.

Измеренные и вычисленные зависимости амплитуды неоднородностей пламени от времени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 40 об.% представлены на графиках (рисунок 10).

Таблица 1. Параметры смесей, волновые числа, начальные амплитуды и модели, лучше всего описывающие экспериментально наблюдаемый рост неоднородностей фронта пламени.

$[H_2]$ (об.%)	S_L^0 (м/с)	Θ	Le	Ze	k	A_i (мм)	Модель
10	0.11	3.53	0.33	4.8	13.3	5.9 1.31	Ландау, Истратов, Минаев
						2.62	Истратов, Минаев, Маталон
						34.0 2.64	—
20	0.90	5.55	0.38	3.4	54.0	1.07	—
						75.5 1.29	—
						7.3 1.12	Маталон
30	2.19	7.14	0.89	2.7	13.6	3.47	Истратов, Клавин
40	2.88	6.52	1.94	3.1	9.7	0.53	Истратов, Маталон
50	2.59	5.83	2.05	3.5	45.8	0.67	Минаев

Измеренная зависимость амплитуды неоднородности, представленная на рисунке 10, немонотонна с общей тенденцией к росту. За время наблюдения с 1.67 до 5.67 мс амплитуда увеличивается в 4.6 раза. Наиболее близкие значения получены при расчете по модели С.С. Минаева с соавторами. Теоретическая зависимость амплитуды, вычисленная по модели С.С. Минаева с соавторами, показывает слабый рост в 2.9 раза на указанном промежутке времени. Зависимость, вычисленная по модели М. Маталона с соавторами, на начальном этапе до 3 мс уменьшается до значения 0.26 от начальной амплитуды. После 3 мс вычисленная амплитуда растет и к 5.67 мс достигает значения 2.4 начальной. Модели Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клавина и Г.И. Сивашинского с соавторами демонстрируют увеличение амплитуды неоднородности в 1.4×10^4 – 1.5×10^6 раз за время наблюдения, что заметно выше экспериментального.

В смеси с содержанием водорода 60 об.% изначально возмущенный фронт пламени после 1 мс распространения приобретает сферическую форму с двумя складками, вызванными возмущением от искрового разряда (рисунок 11).

В таблице 1 приведены параметры смесей, волновые числа, начальные амплитуды и модели, лучше всего описывающие экспериментально наблюдаемый рост неоднородностей фронта пламени. В смеси с содержанием водорода 10 об.% для неоднородности с волновым числом 5.9 модели Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича и С.С. Минаева с соавторами показывают близкие результаты, хорошо совпадающие с экспериментальными. Модель Пелсе–Клавина для плоского фронта пламени показывает значения, превышающие экспериментальные. Данное превышение может быть связано с неточностью определения длины Маркштейна и различием в значениях длины Маркштейна ограниченного и свобод-

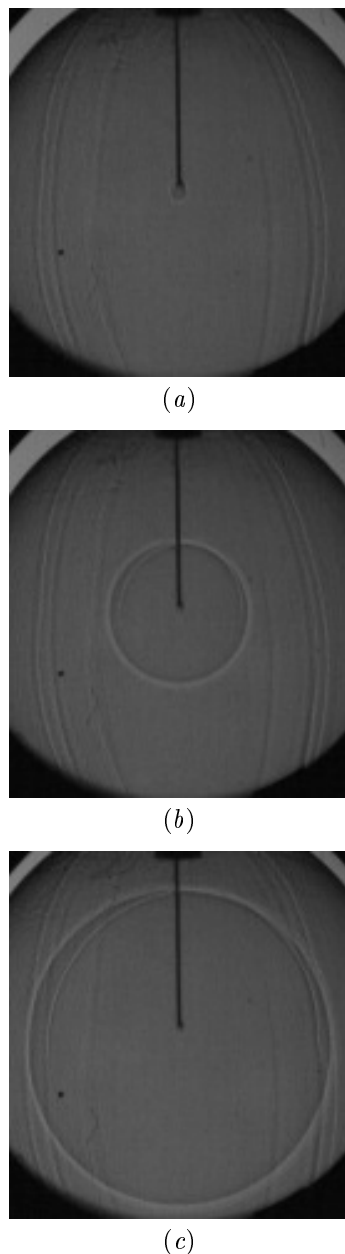


Рисунок 11. Теневые фотографии распространения фронта пламени в водородно-воздушной смеси с содержанием водорода 60 об.% в моменты времени 1 (a), 5 (b) и 10 мс (c).

но распространяющегося пламени [31]. Модель Г.И. Сивашинского с соавторами показывает завышенные результаты, хотя и учитывает рост длины волны неоднородности с увеличением среднего радиуса. Это можно объяснить применением сильно упрощенной зависимости скорости пламени от кривизны и растяжения, а также Аррениусовской кинетикой, которая недостаточно точно описывает горение бедных водородно-воздушных смесей. Модель М. Маталона с соавторами с учетом растяжения неоднородности с ростом среднего радиуса сильно переоценивает подавление роста за счет расширения продуктов сгорания. Согласно этой модели, неоднородность с волновым числом 5.9 должна затухать в смеси с содержанием водорода 10 об.% (см. рисунок 1), что противоречит экспериментальным наблюдениям.

Неоднородность с волновым числом 13.3 хорошо описывается моделями Истратова–Либровича, С.С. Ми-

наева с соавторами и М. Маталона с соавторами. Согласно модели М. Маталона с соавторами, неоднородность с волновым числом 13.3 растет. Баланс неустойчивости и подавления роста за счет растяжения неоднородности дает расчетную зависимость близкую к экспериментальной. Модели Л.Д. Ландау, Пелсе–Клавина и Г.И. Сивашинского с соавторами показывают завышенные значения в связи с экспоненциальной зависимостью роста амплитуды от времени.

В смеси с содержанием водорода 20 об.% экспериментальная зависимость амплитуды неоднородностей с волновыми числами 34, 54 и 75.5 одинаково плохо описываются всеми моделями. Расчеты по моделям Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клавина, Г.И. Сивашинского с соавторами и М. Маталона с соавторами дают сильно завышенные результаты. Модель С.С. Минаева с соавторами показывает убывающую зависимость сильно ниже экспериментальной. Следует отметить, что обнаруженные неоднородности имеют высокие значения волнового числа и практически не демонстрируют роста амплитуды. Основным механизмом развития поверхности пламени в этих условиях является деление ячеек. Модели Г.И. Сивашинского с соавторами и С.С. Минаева с соавторами могут показать похожие результаты при учете всех гармоник, определяющих кривизну фронта пламени. Модели Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клавина и М. Маталона с соавторами не позволяют отслеживать динамику мультigarмонических форм неоднородностей.

В смеси с содержанием водорода 30 об.% экспериментальная зависимость амплитуды неоднородности с волновым числом 7.3 лучше всего описывается моделью М. Маталона с соавторами. Зависимости, вычисленные по моделям Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клавина и Г.И. Сивашинского с соавторами сильно выше экспериментальной в связи с заложенным в них экспоненциальным ростом амплитуды. Модель С.С. Минаева с соавторами показывает падение амплитуды на начальном этапе с последующим медленным ростом, а значения амплитуды сильно ниже экспериментальных. Такое несоответствие показывает необходимость учета влияния на значение длины Маркштейна не только состава горючей смеси, но и скорости растяжения пламени.

Экспериментальная зависимость амплитуды неоднородности с волновым числом 13.6 лежит между теоретическими зависимостями, вычисленными по моделям Истратова–Либровича и Пелсе–Клавина. На первом шаге экспериментальное значение амплитуды близко к вычисленным по моделям Пелсе–Клавина и Г.И. Сивашинского с соавторами. Следующие три экспериментальных значения близки к вычисленным по модели Пелсе–Клавина. Зависимость, полученная по модели М. Маталона с соавторами, несущественно ниже полученных по модели Истратова–Либровича. Зависимости, вычисленные по моделям Л.Д. Ландау и Г.И. Сивашинского с соавторами показывают значения, сильно превышающие экспериментальные, что доказывает ограниченную применимость моделей, основанных на разложении по малому параметру, к расчету длительного роста неоднородностей. Модель С.С. Минаева с соавторами, как и в предыдущем случае, показывает падение амплитуды

на начальном этапе с последующим медленным ростом и значения сильно ниже экспериментальных.

В смеси с содержанием водорода 40 об.% экспериментальная зависимость амплитуды неоднородности с волновым числом 9.7 лежит между теоретическими зависимостями, вычисленными по моделям Истратова–Либровича и М. Маталона с соавторами. Зависимость по модели С.С. Минаева с соавторами лежит незначительно ниже вычисленной по модели М. Маталона с соавторами, но существенно ниже экспериментальной. Теоретические зависимости, вычисленные по моделям Л.Д. Ландау, Пелсе–Клафина и Г.И. Сивашинского с соавторами, существенно выше экспериментальной.

В смеси с содержанием водорода 50 об.% экспериментальная зависимость амплитуды неоднородности с волновым числом 45.8 достаточно точно описывается моделью С.С. Минаева с соавторами. Зависимости, вычисленные по моделям Л.Д. Ландау, Истратова–Либровича, Пелсе–Клафина и Г.И. Сивашинского с соавторами, сильно выше экспериментальной. Модель М. Маталона с соавторами показывает падение амплитуды на начальном этапе с последующим медленным ростом, а значения амплитуды сильно ниже экспериментальных. Как было показано выше, модель М. Маталона с соавторами завышает радиус возникновения неустойчивости сферически расширяющегося пламени, что может быть вызвано отличием значений длины Маркштейна для пламени в канале и свободно расширяющегося.

5. ВЫВОДЫ

В работе проведена серия экспериментов по теневой визуализации сферически расширяющегося фронта пламени в изначально неподвижной водородно-воздушной смеси с концентрацией водорода 10–50 об.%.

Экспериментально получены зависимости амплитуды отдельных неоднородностей на фронте пламени.

Проведено сравнение экспериментальных зависимостей с теоретическими, рассчитанными по 6 теоретическим моделям из литературы. Показано, что каждая модель хорошо описывает рост амплитуды ячеек в определенном диапазоне составов горючей смеси и длин волн ячеек. Обнаружено, что выбор модели, лучше всего описывающей рост отдельной ячейки, зависит не только от состава смеси, но и от длины волны ячейки и среднего радиуса фронта пламени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Володин В В, Голуб В В, Ельянов А Е, Коробов А Е и Микушкин А Ю 2018 *Вестник ОИВТ РАН* **1** 78–81
2. Candel S M and Poinso T J 1990 *Combust. Sci. Technol.* **70** 1–15
3. Konnov A A and Dyakov I V 2005 *Exp. Therm. Fluid Sci.* **29** 901–907
4. Jiang L, Gu C, Zhou G, Li F and Wang Q 2020 *Exp. Therm. Fluid Sci.* **118** 110155
5. Володин В В, Гавриков А И, Голуб В В, Микушкин А Ю и Петухов В А 2019 *Вестник ОИВТ РАН* **2** 48–52
6. Golub V, Elyanov A, Korobov A, Mikushkin A, Petukhov V and Volodin V 2019 *Exp. Therm. Fluid Sci.* **109** 109845
7. Минаев С С 1992 *ФГВ* 35–39
8. Akkerman V, Law C K and Bychkov V 2011 *Phys. Rev. E* **83** 1–6
9. Demir S, Bychkov V, Chalagalla S H R and Akkerman V 2017 *Combust. Theory Modell.* **21** 997–1023
10. Teclu N 1891 *J. Prakt. Chem. (Leipzig)* **44** 246–255
11. Smithells A and Ingle H 1892 *J. Chem. Soc., Trans.* **61** 204–216
12. Darrieus G 2013 Propagation d'un front de flamme *Preprint*
13. Ландау Л Д 1944 *ЖЭТФ* **14** 240–244
14. Bunte K and Steding A 1928 *Gas- und Wasserfach* **71** 821–822
15. Coward H F and Hartwell F J 1932 *J. Chem. Soc.* 2676–2684
16. Denues A R T and Huff W J 1940 *J. Am. Chem. Soc.* **62** 3045–3047
17. Колодцев Х И и Хитрин Л Н 1937 *ЖТФ* **7** 194–202
18. А Ракипова Х, К Трошин Я и И Щёлкин К 1947 *ЖТФ* **17** 1397–1408
19. Зельдович Я Б и Розловский А И 1947 *ДАН СССР* **57** 365–372
20. Дроздов И П и Зельдович Я Б 1943 *ЖФХ* **17** 134–144
21. Markstein G H 1951 *J. Aeronaut. Sci.* **18** 199–220
22. Lewis B and von Elbe G 1951 *Combustion, Flames and Explosions of Gases* (New York: Academic Press)
23. Баренблатт Г И, Зельдович Я Б и Истратов А Г 1962 *ПМТФ* 21–26
24. Истратов А Г и Либрович В Б 1966 *ПМТФ* 67–78
25. Filyand L, Sivashinsky G and Frankel M 1994 *Physica D* **72** 110–118
26. Pelce P and Clavin P 1982 *J. Fluid Mech.* **124** 239–259
27. Минаев С С, Пирогов Е А и Шарыпов О В 1996 *ФГВ* 8–16
28. Addabbo R, Bechtold J K and Matalon M 2002 *Proc. Combust. Inst.* **29** 1527–1535
29. Sivashinsky G I 1977 *Acta Astronaut.* **4** 1177–1206
30. Elyanov A, Gavrikov A, Golub V, Mikushkin A and Volodin V 2022 *Process Saf. Environ. Prot.* **164** 50–56
31. Bradley D, Gaskell P H and Gu X J 1996 *Combust. Flame* **104** 176–198