

Условия устойчивости цепочечной конфигурации пылевого кластера в газоразрядной плазме низкого давления с электрическим полем переменной полярности

И. И. Лисина^{1,2}, О. С. Ваулина^{1,2}, Е. А. Лисин^{1,2} и О. Ф. Петров^{1,2}

¹ Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

² Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер., 9, Долгопрудный 141701, Россия

E-mail: irina.lisina@mail.ru

Статья поступила в редакцию 21 мая 2019 г.

Аннотация. В недавних экспериментах, проведенных на установке «Плазменный кристалл-4» (ПК-4) в условиях микрогравитации, наблюдалось формирование нитевидных плазменно-пылевых структур в тлеющем разряде переменного тока. В данной статье теоретически исследована устойчивость цепочечной конфигурации плазменно-пылевого кластера в электрическом поле с переменной полярностью. <https://doi.org/10.33849/2019102>

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что находящаяся в плазме микрочастица приобретает значительный отрицательный заряд (10^3 — 10^4 элементарных зарядов) из-за большей подвижности электронов. В отсутствие внешнего поля плазменная экранировка заряда микрочастицы имеет сферическую симметрию (так называемая «сфера Дебая»). При наложении внешнего постоянного электрического поля экранирование становится асимметричным: возникает дрейф ионов относительно микрочастицы, которая, в свою очередь, его возмущает, образуя ниже по потоку ионов область положительного пространственного заряда (кильватерный ионный след) [1–3]. В этом случае потенциал вокруг точечной заряженной частицы в слабо столкновительной плазме с ионным дрейфом может быть представлен в следующем аналитическом виде [3]:

$$\phi(l, \theta) = \frac{Q}{l} \exp\left(-\frac{l}{\lambda}\right) - 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{QM\lambda^2}{l^3} \cos\theta - \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \frac{QM^2\lambda^2}{l^3} (3\cos^2\theta - 1), \quad (1)$$

где Q — заряд точечной частицы, $\lambda = \sqrt{T_i/4\pi n_i e^2}$ — ионный радиус Дебая, $M = |\mathbf{u}_i|/V_T$ — тепловое число Маха (т.е. скорость ионного дрейфа, нормированная на тепловую скорость ионов $V_T = \sqrt{T_i/m_i}$), $l = |\mathbf{l}|$ — расстояние от заряженной частицы до «точки наблюдения», $\theta = (\mathbf{l}, \mathbf{E}_0)$ — угол к вектору внешнего электрического поля $\mathbf{E}_0$. Таким образом, микрочастица испытывает электростатическое отталкивание от одноименно заряженных соседних частиц и эффективное притяжение к их кильватерным следам. В этом случае симметрия эффективного взаимодействия между частицами нарушается, однако третий закон Ньютона остается в силе для всей системы «частицы+среда». Если полярность внешнего поля меняется с частотой, которая значительно меньше плазменной ионной частоты и в то же время много больше характерной частоты колебаний микрочастиц, то ионы мгновенно реагируют на изменение поля, а микрочастицы — нет. В этом случае межчастичное взаимодействие определяется усредненным по времени потенциалом: $\phi = \frac{1}{2}(\phi(l, \theta) + \phi(l, \theta + \pi))$, а энергия

$W = Q\phi$ эффективного парного взаимодействия имеет вид [4]:

$$W(l, \theta) = \frac{Q^2}{l} \left[\exp\left(-\frac{l}{\lambda}\right) + \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \frac{M^2\lambda^2}{l^2} - \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \frac{M^2\lambda^2}{l^2} (3\cos^2\theta) \right], \quad (2)$$

В недавних экспериментах, проведенных на установке «Плазменный кристалл-4» (ПК-4) на борту самолета в параболическом полёте, наблюдалось формирование нитевидных плазменно-пылевых структур в тлеющем газовом разряде с переменной полярностью [5, 6].

В данной статье выводятся условия, при которых возможно существование во внешнем электрическом поле с переменной полярностью цепочечного кластера из заряженных частиц, взаимодействующих посредством потенциала (2). Отметим, что поперечная устойчивость вертикальной конфигурации двух взаимодействующих частиц, находящихся в электрическом и гравитационном полях, обсуждалась в работах [7, 8]. Продольная устойчивость цепочки идентичных частиц с несимметричным (непарным) взаимодействием во внешнем электрическом поле была исследована в работе [9]. Различные аналитические подходы к исследованию области устойчивого существования двухчастичной системы и цепочки частиц, взаимодействующих посредством модельного потенциала точечного ионного фокуса, рассматривались в работах [7–11]. Устойчивость цепочечных кластеров, состоящих из 3–5 частиц с чисто Дебаевским взаимодействием, также изучалась в работе [12].

2. УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

Рассмотрим равновесную цепочку, состоящую из N взаимодействующих идентичных частиц массой M и зарядами $Q < 0$, взаимодействующих с произвольной формой изотропного парного потенциала, и удерживаемую вблизи оси цилиндрически симметричной ловушки внешнего электрического поля $\mathbf{E}(r, z)$ с радиальной составляющей $E_r = \beta_r r$ и осевой составляющей $E_z = E_z^0 + \beta_z z$. Здесь β_r и β_z — величины градиентов электрического поля вдоль координатных осей (r) и (z), а E_z^0 — некоторая константа.

Исследование устойчивости таких физических систем сводится к исследованию устойчивости следующей системы дифференциальных уравнений (уравнений движения):

$$\ddot{\xi}_i = -\nu\dot{\xi}_i - \beta_\xi \xi_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N (\xi_i - \xi_j) F_{ij}'^{(\xi)}, \quad (3)$$

где ξ_i и ξ_j — малые смещения частиц из их положения равновесия под действием некоторой случайной силы ($i = 1..N$, $j = 1..N$ и $i \neq j$), ν — коэффициент трения микрочастицы за счет ее столкновений с нейтралами окружающего газа, $F_{ij}'^{(\xi)}$ — производная силы межчастичного взаимодействия по направлению ξ , $\mathbf{F}_{ij}'^{(\xi)} = -dW(|\mathbf{l}_{ij}|, \theta)/d\mathbf{l}_{ij}$, а $\mathbf{l}_{ij}$ — вектор расстояния между частицами i и j . Здесь и далее индекс ξ обозначает координатную ось. Для продольных смещений частиц вдоль оси z запишем $\xi_i = \delta z_i$, $\beta_\xi = \beta_z$, а для поперечных — $\xi_i = \delta r_i$, и $\beta_\xi = \beta_r$.

Рассмотрим систему из двух взаимодействующих частиц во внешнем поле. Баланс внутренних и внешних сил определяет связь между значением градиента аксиального электрического поля β_z и параметрами силы межчастичного взаимодействия:

$$-Q\beta_z l_d = F_{12} + F_{21}, \quad (4)$$

где $F_{12} = F_{21} \equiv F$ — силы взаимодействия, действующие между частицами в равновесном состоянии и l_d — среднее межчастичное расстояние. Положительный градиент аксиального поля ($\beta_z > 0$) накладывает на силу взаимодействия условие

$$F > 0. \quad (5)$$

Характеристическое уравнение линейной системы (3) при $N = 2$ дает следующие условия устойчивости для двух частиц, расположенных на продольной оси симметрии задачи (z) и находящихся в положении равновесия:

$$2F'^r + Q\beta_r < 0, \quad (6)$$

$$2F'^z + Q\beta_z < 0, \quad (7)$$

Для пары частиц, взаимодействующих посредством потенциала (2), сила взаимодействия между частицами и её производные имеют следующий вид

$$F = \frac{Q^2}{l_d^2} \left[e^{-\kappa}(1 + \kappa) - \frac{6M^2}{\kappa^2} \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (8)$$

$$F'^r = \frac{Q^2}{l_d^3} \left[e^{-\kappa}(1 + \kappa) - \frac{12M^2}{\kappa^2} \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (9)$$

$$F'^z = -\frac{Q^2}{l_d^3} \left[e^{-\kappa} \left(2 + 2\kappa + \kappa^2 \right) + \frac{24M^2}{\kappa^2} \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (10)$$

где $\kappa = l_d/\lambda$ — параметр экранирования.

Подставляя (4) и (8)–(10) в (5)–(7) мы получим следующую систему неравенств:

$$M^2 < \frac{1}{6} e^{-\kappa} (\kappa^2 + \kappa^3) \left(2 - \frac{\pi}{2} \right)^{-1}, \quad (11)$$

$$M^2 > \frac{1 - m_\beta}{6(2 - m_\beta)} e^{-\kappa} (\kappa^2 + \kappa^3) \left(2 - \frac{\pi}{2} \right)^{-1}, \quad (12)$$

$$M^2 < \frac{1}{30} e^{-\kappa} (3\kappa^2 + 3\kappa^3 + \kappa^4) \left(2 - \frac{\pi}{2} \right)^{-1}, \quad (13)$$

где $m_\beta = \beta_r/\beta_z$.

Перейдем к рассмотрению линейной цепочки из трех частиц, расположенных вдоль оси симметрии внешнего поля. Для состояния равновесия запишем: $l_{12} = l_{23} \equiv l_d$, $l_{13} \equiv 2l_d$, $F_{12} = F_{23} \equiv F$ и $F_{13} = F_{31} \equiv F_*$. Уравнение баланса сил

$$\beta_z = -(F + F_*)/Ql_d, \quad (14)$$

и условие на знак градиента аксиального внешнего поля приводят к следующему неравенству:

$$(F + F_*) > 0, \quad (15)$$

Для определения устойчивости системы (3) при $N = 3$, не используя решение степенного характеристического уравнения, проведем замену переменных [12]: $\eta_1 = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3$; $\eta_2 = \xi_1 - \xi_3$; $\eta_3 = 2\xi_2 - (\xi_1 + \xi_3)$. Тогда систему (3) можно переписать в следующем виде:

$$\dot{\eta}_1 = -\nu\dot{\eta}_1 + Q\beta\eta_1, \quad (16a)$$

$$\dot{\eta}_2 = -\nu\dot{\eta}_2 + Q\beta\eta_2 + F'\eta_2 + 2F_*'\eta_2, \quad (16b)$$

$$\dot{\eta}_3 = -\nu\dot{\eta}_3 + Q\beta\eta_3 + 3F'\eta_3, \quad (16c)$$

Система уравнений (16) устойчива при выполнении следующих условий:

$$Q\beta_{r,(z)} > F'^{r,(z)} + F_*'^{r,(z)}, \quad (17)$$

$$Q\beta_{r,(z)} > 3F'^{r,(z)}. \quad (18)$$

Для частиц, взаимодействующих посредством потенциала 2 сила F_* и её производные имеют следующий вид

$$F_* = \frac{Q^2}{4r^2} \left[e^{-2\kappa}(1 + 2\kappa) - \frac{3}{2} \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \frac{M^2}{\kappa^2} \right], \quad (19)$$

$$F_*'^r = \frac{Q^2}{8l^3} \left[e^{-2\kappa}(1 + 2\kappa) - 3 \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \frac{M^2}{\kappa^2} \right], \quad (20)$$

$$F_*'^z = \frac{Q^2}{4l^3} \left[e^{-2\kappa}(1 + 2\kappa + 2\kappa^2) - 3 \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \frac{M^2}{\kappa^2} \right]. \quad (21)$$

Подставляя выражения (8)–(10), (14) и (19)–(21) в (15), (17) и (18) мы получим следующую систему неравенств:

$$\begin{aligned} M^2 &< \frac{8}{51} \left(2 - \frac{\pi}{2} \right)^{-1} \\ &\times \left[e^{-\kappa} (\kappa^2 + \kappa^3) \right. \\ &\left. + \frac{1}{4} e^{-2\kappa} (\kappa^2 + 2\kappa^3) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

$$(m_\beta - 2)M^2 < \frac{8}{51} \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)^{-1} \times \left[(m_\beta - 1)e^{-\kappa}(\kappa^2 + \kappa^3) + \frac{1}{4}(m_\beta - 1)e^{-2\kappa}(\kappa^2 + 2\kappa^3) \right], \quad (23)$$

$$\left(\frac{51}{8}m_\beta - 36\right)M^2 < \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)^{-1} \times \left[(m_\beta - 3)e^{-\kappa}(\kappa^2 + \kappa^3) + \frac{1}{4}(m_\beta - 1)e^{-2\kappa}(\kappa^2 + 2\kappa^3) \right], \quad (24)$$

$$M^2 < \frac{8}{255} \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)^{-1} \times \left[e^{-\kappa}(3\kappa^2 + 3\kappa^3 + \kappa^4) + \frac{1}{4}e^{-2\kappa}(3\kappa^2 + 6\kappa^3 + 4\kappa^4) \right], \quad (25)$$

$$M^2 < \frac{8}{627} \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)^{-1} \times \left[e^{-\kappa}(7\kappa^2 + 7\kappa^3 + 3\kappa^4) + \frac{1}{4}e^{-2\kappa}(\kappa^2 + 2\kappa^3) \right]. \quad (26)$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Направленный поток ионов и кильватерное взаимодействие между пылевыми частицами влияют на устойчивость пылевых структур в плазме. Следует отметить, что наличие как притягивающей, так и отталкивающей частей потенциала межчастичного взаимодействия может приводить к самосборке частиц в пылевой плазме [13]. Определяемая неравенствами (11)–(13) область устойчивого существования пары частиц, взаимодействующих посредством потенциала (2) при полном отсутствии радиального градиента электрического поля, $m_\beta = 0$, в зависимости от числа Маха и параметра экранирования приведена на рисунке 1(a). Эволюция этой области при изменении отношения градиентов внешнего поля m_β показана на рисунке 1(b). Мы видим, что критерий поперечной устойчивости для пары частиц (12) существенно зависит от анизотропии внешнего электрического поля. Верхний предел диапазона значений для числа Маха, соответствующий области устойчивости связанной конфигурации пары частиц, при $\kappa < 2.7$ определяется условием на знак производной внешнего поля (11), а при $\kappa > 2.7$ — критерием продольной устойчивости (13).

Область устойчивости цепочечной конфигурации трех частиц, взаимодействующих посредством потенциала (2), показана на рисунке 2 в пространстве $(M; \kappa)$. Верхняя граница этой области определяется тремя конкурирующими неравенствами: (22), (25) и (26). При $\kappa > 2.65$ превалирует условие на знак производной внешнего поля (22), а при $\kappa < 2.5$ наиболее сильным является условие продольной устойчивости (25). Для случая $m_\beta = 0$, показанного на рисунке 2(a), границы усло-

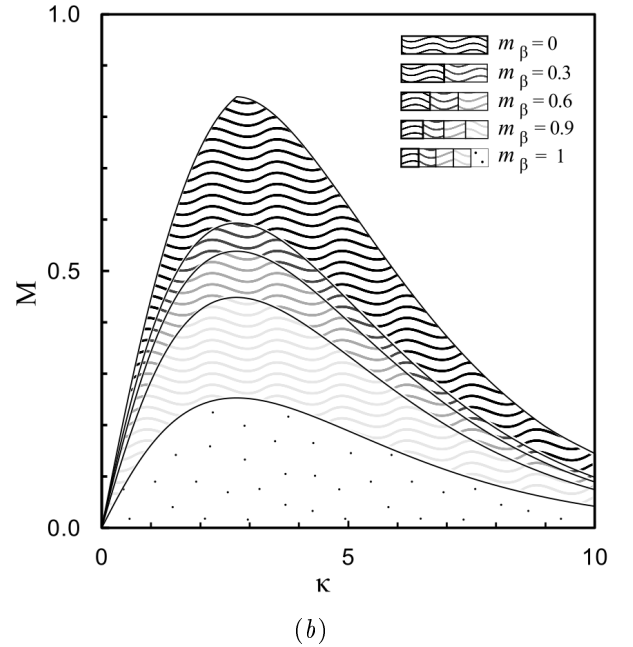
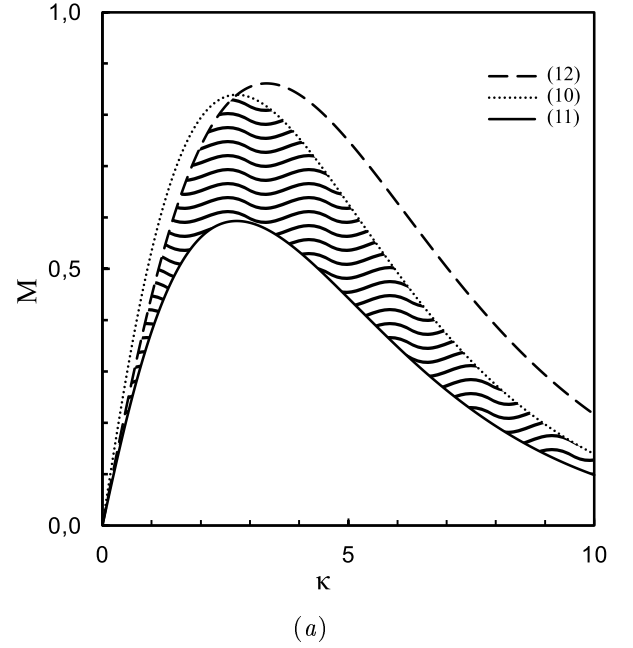
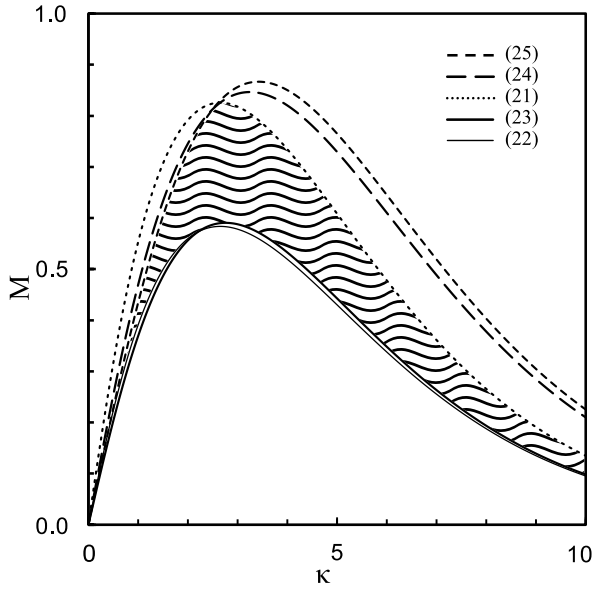
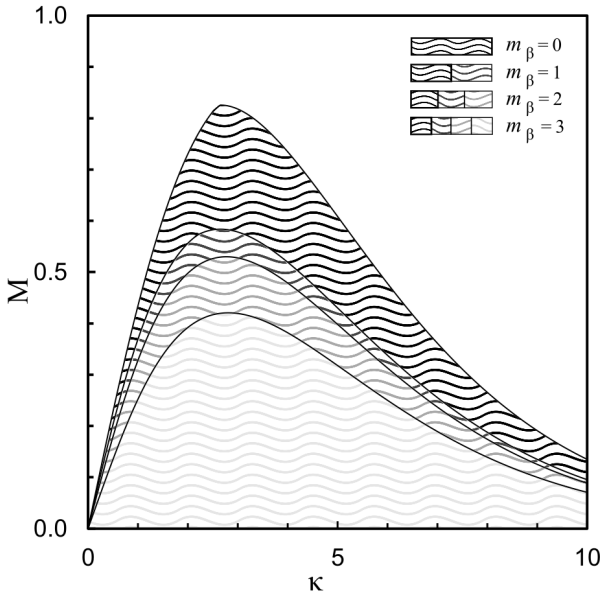


Рисунок 1. Область устойчивого существования цепочечной конфигурации двух пылевых частиц, взаимодействующих с потенциалом (2), в зависимости от значения числа Маха M и параметра экранирования κ : (a) $m_\beta = 0$, штриховая, сплошная и пунктирная кривые соответствуют соотношениям (12), (11) и (10); (b) область значений, удовлетворяющих условиям (10)–(12), с ростом относительной величины градиента радиального электрического поля m_β от 0 до 1.

вий поперечной устойчивости (23) и (24) пересекаются в точке $(M = 0.57, \kappa = 2.22)$. Отметим, что при $m_\beta = 0$ область устойчивости для конфигурации с тремя частицами мало отличается от области для двух частиц (см. рисунки 1(a) и 2(a)). На рисунке 1(b) показано изменение области структурной устойчивости цепочечной конфигурации из трех частиц при варьировании отношения градиентов внешнего поля m_β . Условие поперечной устойчивости (24) полностью определяет нижнюю границу области устойчивости для любого $m_\beta > 0.1$. А при



(a)



(b)

Рисунок 2. Область устойчивого существования цепочечной конфигурации трёх пылевых частиц, взаимодействующих посредством потенциала (2), в зависимости от значения числа Маха M и параметра экранирования κ : (a) $m_\beta = 0$, штриховые кривые соответствуют условиям (24), (25), сплошные — (22), (23), и пунктирная кривая соответствует соотношению (21); (b) область значений, удовлетворяющих условиям (21)–(25), заметно расширяется с ростом относительной величины градиента радиального электрического поля m_β от 0 до 3.

$m_\beta > 3$ система становится устойчивой к поперечным смещениям при любых параметрах потенциала межчастичного взаимодействия. Полученное критическое значение ($m_\beta = 3$) хорошо согласуется с нашим предыдущим исследованием устойчивости чисто юкавовской системы [12].

Итак, в данной статье были получены условия, при которых кластер из двух или трех заряженных частиц, взаимодействующих посредством потенциала (2) и выстроенных вдоль аксиального электрического поля ловушки с цилиндрической симметрией и переменной полярностью, может быть устойчивым.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при частичной поддержке Министерства образования и науки (грант МК-2930.2017.8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fortov V E and Morfill G E 2010 *Complex and dusty plasmas: from laboratory to space* 1st ed (*Series in Plasma Physics* no 25) (Boca Raton: CRC Press)
2. Vladimirov S V and Nambu M 1995 *Phys. Rev. E* **52** R2172
3. Kompaneets R, Morfill G and Ivlev A 2009 *Phys. Plasmas* **16** 043705
4. Ivlev A V, Morfill G E, Thomas H M, R  th C, Joyce G, Huber P, Kompaneets R, Fortov V E, Lipaev A M, Molotkov V I, Reiter T, Turin M and Vinogradov P 2008 *Phys. Rev. L* **100** 095003
5. Ivlev A V, Thoma M H, R  th C, Joyce G and Morfill G E 2011 *Phys. Rev. L* **106** 155001
6. Dietz C, Kretschmer M, Steinm  ller B and Thoma M H 2018 *Contributions to Plasma Physics* **58** 21–29
7. Vaulina O S, Adamovich K G and Dranzhevskii I E 2005 *Plas. Phys. Rep.* **31** 562–569
8. Lampe M, Joyce G and Ganguli G 2005 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **33** 57–69
9. Lisina I and Vaulina O S 2013 *EPL* **103** 55002
10. Vaulina O S, Koss X G and Vladimirov S V 2009 *Phys. Scr.* **79** 035501
11. Ваулина О С, Лисина И И и Косс К Г 2013 *Физика плазмы* **39** 455
12. Vaulina O S, Lisina I I and Lisin E A 2018 *Plas. Phys. Rep.* **44** 270–277
13. Lisina I, Lisin E A, Vaulina O S and Petrov O F 2017 *Phys. Rev. E* **95** 013202