

Метод расчетной оценки эффективной площади рассеяния неоднородного сгустка низкотемпературной плазмы

С. Я. Корса¹, А. С. Ларкин², Н. Д. Наумов², В. П. Петровский² и
О. Ю. Шкатов¹

¹ АО «Корпорация «МИТ», Березовая аллея 10, Москва 127273, Россия

² Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

E-mail: b1p2a3@mail.ru

Статья поступила в редакцию 11 марта 2025 г.

Аннотация. Сформулирована модель обратного рассеяния радиоволны сгустком низкотемпературной плазмы, часть которой отражает падающую волну. Получены аналитические результаты для рассеяния волны конусообразным сгустком бесстолкновительной плазмы. Представлены основные положения схемы численного расчета эффективной площади рассеяния неоднородного плазменного сгустка.

1. ВВЕДЕНИЕ

Разработка методов расчета рассеяния радиоволн плазменными образованиями представляет практический интерес для метеорной радиосвязи [1], метеорной радиоастрономии [2], технологий изменения отражательных свойств объектов с помощью плазмы [3], а также для исследования ионосферы [4] и диагностики плазмы [5]. Электрическое поле радиоволны вызывает колебания плазменных электронов, поэтому падающая волна приводит к возникновению в плазме переменного электрического тока, который является источником вторичных волн. Если часть плазмы отражает падающую радиоволну, то появляется другой источник таких волн — переменные токи на поверхности отражения волны.

Следует отметить, что задача расчета эффективной площади рассеяния (ЭПР) плазменного сгустка при отражении радиоволны плазмой становится трехмерной даже для осесимметричного сгустка, поскольку плазма, расположенная за поверхностью отражения волны, не облучается. Более того, разделение плазмы на отражающую и проникаемую зависит от длины волны и направления облучения, что дополнительно усложняет задачу расчетной оценки ЭПР неоднородного сгустка. В связи с этим для решения этой задачи используются трехмерные программы численного моделирования [6, 7].

Для оценки ЭПР плазменного сгустка можно использовать упрощенную модель, в которой рассеянное поле, по аналогии с принципом Гюйгенса, рассматривается как суперпозиция полей элементарных вибраторов [8]. Такими вибраторами являются токи, возбуждаемые падающей волной в небольших объемах плазмы, проникаемой для волны, а также в небольших участках поверхности отражения волны внутри плазмоида. В результате амплитуда обратно рассеянной волны $\mathbf{E}_s$ складывается из двух составляющих: $\mathbf{E}_s = \mathbf{E}_r + \mathbf{E}_p$, где $\mathbf{E}_r$ — вклад отражающей падающую волну плазмы, $\mathbf{E}_p$ — вклад проникаемой плазмы.

В работе [8] эта модель сформулирована для бесстолкновительной плазмы. Целью данной работы является формулировка этой модели с учетом столкновений электронов, а также разработка расчетного метода оценки ЭПР неоднородного плазменного сгустка.

2. МОДЕЛЬ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

Выражение для расчета вклада отражающей плазмы представляет собой поверхностный интеграл [8]:

$$\mathbf{E}_r = \frac{i}{\lambda R} \mathbf{E}_0 \int (\mathbf{u} \mathbf{w}) \exp(-2i\mathbf{K} \mathbf{q}) dS, \quad (1)$$

где R — расстояние до излучателя, $\mathbf{E}_0$ — амплитуда напряженности электрического поля падающей радиоволны, $\mathbf{K}$ — ее волновой вектор, $\mathbf{w} = \mathbf{K}/K$, где $K = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны, dS — элемент поверхности отражения волны, расположение которого определяется радиус-вектором $\mathbf{q}$, $\mathbf{u}$ — единичный вектор нормали к элементу поверхности dS ; интегрирование проводится по всей поверхности отражения.

Тройной интеграл, который определяет вклад проникаемой плазмы с учетом столкновений электронов, получим тем же способом, что и в работе [8]:

$$\mathbf{E}_p = -i \frac{r_e}{R} \mathbf{E}_0 \int \frac{\omega N}{F + i\omega} \exp(-2i\mathbf{K} \mathbf{r}) dV, \quad (2)$$

где $r_e = e^2/(4\pi\epsilon_0 m_e c^2)$ — классический радиус электрона, $N = N(\mathbf{r})$ — концентрация электронов, $F = F(\mathbf{r})$ — частота их столкновений, dV — элемент объема проникаемой плазмы, расположение которого характеризуется радиус-вектором $\mathbf{r}$. Интегрирование проводится по объему плазмы, подвергающейся облучению, т.е. нужно исключить область сгустка, находящуюся за поверхностью отражения падающей волны.

После вычисления интегралов (1), (2) с помощью известной формулы [9]

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{|\mathbf{E}_s|^2}{|\mathbf{E}_0|^2}$$

можно получить количественную оценку ЭПР плазменного сгустка. Из выражений (1), (2) следует, что формулу для расчета ЭПР сгустка можно записать в следующем виде:

$$\sigma = 4\pi |G_s|^2,$$

где $G_s = G_r + G_p$, $G_r = RE_r/E_0$, $G_p = RE_p/E_0$.

Нахождение уравнения поверхности отражения падающей волны внутри плазменного сгустка является

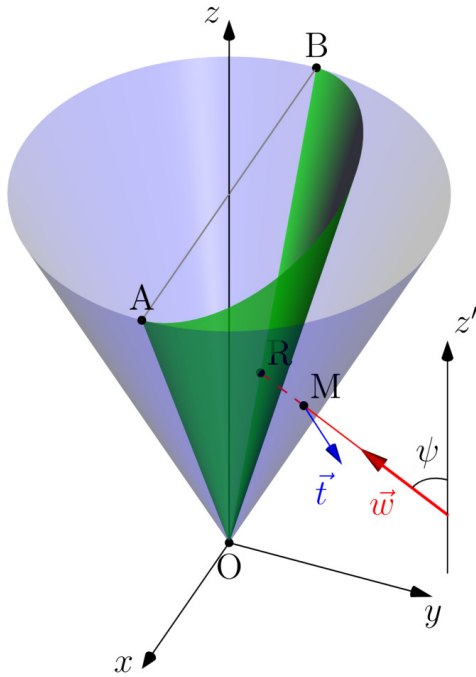


Рисунок 1. Рассеяние радиоволны отражающей поверхностью OAB , образующейся внутри конусообразного сгустка плазмы.

отдельной задачей, для решения которой можно использовать метод геометрической оптики. Условие отражения электромагнитной волны при наклонном падении на слой неоднородной плазмы имеет вид [10]: $n = \sin \alpha$, где n — показатель преломления плазмы, α — угол между волновым вектором и нормалью к поверхности плазмы в точке падения луча.

Рассмотрим точку $M(p_1, p_2, p_3)$ облучаемой поверхности сгустка (рисунок 1). Уравнение луча, выходящего из этой точки, имеет вид: $\mathbf{r}(s) = \mathbf{p} + s\mathbf{w}$, где $\mathbf{p} = p_1\mathbf{e}_x + p_2\mathbf{e}_y + p_3\mathbf{e}_z$, s — параметр. Исходя из указанного выше условия отражения и известного выражения для показателя преломления плазмы [11], получим, что возможность отражения луча определяется существованием корня у трансцендентного уравнения для параметра s :

$$\varepsilon_1(s) + \sqrt{\varepsilon_1^2(s) + \varepsilon_2^2(s) + 2(\mathbf{wt})^2} - 2 = 0. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{t}$ — единичный вектор нормали к облучаемой поверхности сгустка в точке M , а также используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1(s) &= 1 - \frac{N(\mathbf{r}(s))}{N_r[1 + F^2(\mathbf{r}(s))/\omega^2]}, \\ \varepsilon_2(s) &= \frac{F(\mathbf{r}(s))N(\mathbf{r}(s))}{\omega N_r[1 + F^2(\mathbf{r}(s))/\omega^2]},\end{aligned}$$

где ω — круговая частота падающей волны, $N_r = \pi/(r_e \lambda^2)$.

Если уравнение (3) имеет корень $s = s_0$, то радиус-вектор точки $R(q_1, q_2, q_3)$ отражения луча внутри сгустка равен: $\mathbf{q} = \mathbf{p} + s_0 \mathbf{w}$. Если же это уравнение не имеет решения, то плазма является проницаемой для рассмат-

риваемого луча. Очевидно, что предлагаемую модель можно использовать в случае выполнения известного условия применимости лучевого приближения в теории распространения электромагнитных волн в плазме [11]. Кроме этого, длина волны должна быть существенно меньше характерного размера сгустка.

3. КОНУСООБРАЗНЫЙ СГУСТОК

Для иллюстрации модели рассмотрим конусообразный сгусток бесстолкновительной плазмы, распределение концентрации электронов в котором имеет вид:

$$N = N_0 \frac{b}{a} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2} \right) \quad \text{при } 0 \leq z \leq L,$$

где N_0 — концентрация электронов на оси, b — радиус вершины усечённого конуса, $a = b + z \operatorname{tg} \chi$ — радиус его основания, 2χ — угол раствора, L — длина конуса.

Аналитические результаты можно получить, если $\mathbf{w} = -\mathbf{e}_y$. В этом случае уравнение (3) для параметра s можно записать в следующем виде:

$$N_0 \frac{b}{a} \left\{ 1 - \frac{1}{a^2} [x^2 + (\sqrt{a^2 - x^2} - s)^2] \right\} - N_r \cos^2 \chi \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) = 0. \quad (4)$$

Это уравнение не имеет решения, если $\gamma = N_r \cos^2 \chi / N_0 \geq 1$; в этом случае плазма является проникаемой и после вычисления интеграла (2) для ЭПР сгустка найдем:

$$\sigma = \pi \left\{ \frac{N_0}{4KN_r \operatorname{tg} \chi} \left[\frac{b}{b + L \operatorname{tg} \chi} J_1(2bK + 2KL \operatorname{tg} \chi) - J_1(2bK) \right] \right\}^2,$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя.

При $\gamma < 1$ с помощью решения уравнения (4) для поверхности отражения волны внутри сгустка получим следующее выражение: $y(x, z) = \sqrt{(1 - \gamma a/b)(a^2 - x^2)}$. Это означает, что поверхность отражения представляет собой половину поверхности эллиптического конуса с полуосями сечения a и μa , где $\mu = \sqrt{1 - \gamma a/b}$, причем при $\gamma \leq \gamma_L = 1/(1 + L \operatorname{tg} \chi/b)$ длина этого конуса совпадает с длиной сгустка: $D = L$, а при $\gamma_L < \gamma < 1$ продольный размер поверхности отражения составляет $D = b(1/\gamma - 1) \operatorname{ctg} \chi$.

Для упрощения вычисления интеграла (1) перейдем к параметрическому представлению уравнения поверхности отражения волны: $\mathbf{q} = a \cos \xi \mathbf{e}_x + \mu a \sin \xi \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z$, где $0 \leq \xi \leq \pi$ — параметр. Тогда $(\mathbf{u}\mathbf{w})dS = a \sin \xi d\xi dz$ и поверхностный интеграл принимает следующий вид:

$$G_{\mathrm{r}} = -\frac{\mathrm{i}}{\lambda} \int_0^D \int_0^\pi a \sin \xi \exp(2\mathrm{i}\mu a K \sin \xi) \mathrm{d}\xi \mathrm{d}z.$$

После интегрирования по параметру ξ получим:

$$G_r = \frac{i\pi}{\lambda} \int_0^D a \left[\frac{2}{\pi} + iJ_1(2\mu aK) - H_1(2\mu aK) \right] dz, \quad (5)$$

где $H_1(x)$ — функция Струве [12]. Для конкретных значений параметров, входящих в однократный интеграл (5), его можно вычислить с помощью существующих пакетов компьютерной математики.

Следует отметить, что при $\gamma \ll 1$ падающая волна отражается вблизи поверхности конусообразного сгустка, т.е. при $\mu = 1$ формула (5) совпадает с результатом для поля обратно рассеянной волны отражающим круглым конусом [13]. В этом случае можно найти явное выражение для интеграла (5):

$$G_r = \frac{i\lambda}{16\pi \operatorname{tg} \chi} [g(2bK) - g(2bK + 2KL \operatorname{tg} \chi)]. \quad (6)$$

Здесь используются следующие обозначения:

$$g(x) = xH_0(x) - h(x) + \frac{i\pi}{2} x[J_1(x)H_0(x) - J_0(x)H_1(x)],$$

$$h(x) = \int_0^x H_0(t)dt,$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя, $H_0(x)$ — функция Струве.

Отметим, что при $b = 0$, $\chi = 4^\circ$, $L = 1.32\lambda / \operatorname{tg} \chi$ с помощью формулы (6) для отражающего круглого конуса найдем: $10 \lg(4\pi |G_r|^2 / \lambda^2) = 13.84$ дБ, что находится в пределах разброса экспериментальных данных [14].

4. СХЕМА ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Рассмотрим прямоугольный параллелепипед, стороны которого параллельны осям декартовой системы координат $Oxyz$ и имеют такие размеры, что плазменный сгусток полностью располагается в этом параллелепипеде. Введем трехмерную сетку, линии которой параллельны осям системы координат $Oxyz$. В результате плазменный сгусток можно рассматривать как набор небольших объемных ячеек, представляющих собой прямоугольные параллелепипеды.

Совокупность внешних граней параллелепипедов представляет собой аппроксимацию поверхности сгустка прямоугольными площадками. Рассматривая лучи, выходящие из точек пересечения линий сетки с поверхностью плазмоида, с помощью указанного выше условия отражения падающей волны можно получить аппроксимацию поверхности ее отражения внутри сгустка в виде набора прямоугольных площадок.

Таким образом, сеточное разбиение позволяет представить облучаемую часть плазменного сгустка в виде совокупности электрических диполей, которыми для проникаемой плазмы являются переменные токи в небольших объемных ячейках, а для отражающей плазмы — в небольших треугольных площадках поверхности отражения волны.

Исходя из выражения (1), для вклада от каждой из элементарных треугольных площадок, аппроксимирующих поверхность отражения волны, найдем:

$$\Delta G_{rn} = \frac{i}{\lambda} (w u_n) \exp(-2iK q_n) \Delta S_n, \quad (7)$$

где q_n — радиус-вектор центра n -ой площадки, ΔS_n — ее площадь, u_n — вектор единичной нормали к этой площадке. Аналогичное выражение для каждой облучаемой объемной ячейки проникаемой плазмы имеет вид:

$$\Delta G_{pm} = -\frac{i\omega}{F_m + i\omega} r_e N_m \exp(-2iK r_m) \Delta V_m, \quad (8)$$

где r_m — радиус-вектор центра m -ой ячейки, N_m , F_m — значения концентрации электронов и частоты их столкновений в этой ячейке, ΔV_m — объем ячейки.

Суммирование выражений (7), (8) позволяет найти вклады отражающей плазмы: $G_r = \sum_n \Delta G_{rn}$ и проникаемой плазмы: $G_p = \sum_m \Delta G_{pm}$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты показывают, что программная реализация изложенной модели обратного рассеяния радиоволн плазмой позволит найти количественную оценку ЭПР неоднородного плазменного сгустка. Для тестирования этой программы можно использовать как полученные аналитические выражения для рассеяния радиоволны конусообразным плазменным сгустком, так и другие аналитические модели [15].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долуханов М П 1962 *Дальнее распространение ультракоротких волн* (Москва: Связьиздат)
2. Мак-Кинли Д 1964 *Методы метеорной астрономии* (Москва: Мир)
3. Nema S and Rakesh M J 2016 *Plasma-based radar cross section reduction* (Singapore: Springer)
4. Гершман Б Н, Ерухимов Л М и Яшин Ю Я 1984 *Волновые явления в ионосфере и космической плазме* (Москва: Наука)
5. Гусаков Е З и Попов А Ю 2020 *УФН* **190** 1189–1216
6. Chaudhury B and Chaturvedi S 2009 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **37** 2116
7. Foroutan V, Azarmanesh M N and Foroutan G 2018 *Phys. Plasmas* **25** 023504
8. Наумов Н Д и Петровский В П 2023 *Вестник ОИВТ РАН* **10** 64–66
9. Финкельштейн М И 1983 *Основы радиолокации* (Москва: Радио и Связь)
10. Никольский В В 1978 *Электродинамика и распространение радиоволн* (Москва: Наука)
11. Гинзбург В Л 1967 *Распространение электромагнитных волн в плазме* (Москва: Наука)
12. Абрамовиц М и Стиган И 1979 *Справочник по специальным функциям* (Москва: Наука)
13. Корса С Я, Наумов Н Д, Петровский В П и Шкатов О Ю 2023 *Инженерная физика* **12** 32–35
14. Скольник М 1976 *Справочник по радиолокации* (Москва: Советское радио)
15. Наумов Н Д и Петровский В П 2024 *Инженерная физика* **3** 24–28