

# Распространение моноэнергетического цилиндрического пучка релятивистских электронов в вакууме

С. В. Кузнецов<sup>1</sup> и Н. Е. Андреев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер., 9, Долгопрудный 141701, Россия

E-mail: svk@ihed.ras.ru

Статья поступила в редакцию 17 сентября 2023 г.

**Аннотация.** Аналитически исследован процесс распространения моноэнергетического пучка электронов в вакууме. Определено влияние на распространение пучка в вакууме таких его характеристик, как заряд и энергия пучка. Важным следствием полученного общего соотношения для угла разлета электронов моноэнергетического первоначально однонаправленного пучка за счет кулоновских сил расталкивания является ограничение угла разлета, определяемого только начальной энергией электронов пучка. Для обсуждаемых параметров экспериментов показана малая роль электростатического расталкивания релятивистских электронов пучка, ускоренных в режиме прямого лазерного ускорения, при их транспортировке в вакуумной камере. <https://doi.org/10.33849/2023310>

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Сильноточные релятивистские электронные пучки, создаваемые с помощью интенсивных лазерных импульсов, являются перспективным инструментом для создания сверхкоротких ярких источников гамма-излучения и нейтронов с энергией МэВ-ного диапазона для диагностики вещества в экстремальных состояниях и приложений в лабораторной астрофизике и медицине [1–3]. Новые результаты в области лазерной генерации пучков электронов в диапазоне энергий до нескольких десятков МэВ при интенсивности лазера  $\sim 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup> показывают, что такие электронные пучки могут быть получены с помощью уже существующих лазерных систем суб-петаваттного класса мощности [4–6].

В настоящей работе рассматривается распространение в вакуумной камере и изменение характеристик пучка релятивистских электронов на пути от плазменной мишени, в которой происходит его генерация, до регистрирующей пучок электронов аппаратуры или до образца, который подвергается облучению электронами. Основное внимание направлено на исследование угловых характеристик распыляющегося в поперечном направлении пучка и определение их зависимости от начальных параметров с целью выявления их роли в проводимых экспериментах по генерации сильноточных пучков релятивистских электронов.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Характеристикой, представляющей интерес для практических приложений, является угловое распыление цилиндрического электронного пучка, генерируемого плазменной мишенью, при его распространении в вакуумной камере до облучаемого объекта. Процесс распыливания в поперечном к оси пучка направлении зависит от таких основных параметров пучка, как его характерные размеры (длина и радиус), заряд пучка и энергия составляющих пучок электронов. Электроны, вылетающие из мишени, генерирующей пучок, имеют некоторый разброс по энергии и распределение по углу относительно оси пучка, что также влияет на угловые

характеристики пучка в процессе распространения, но на данном этапе для упрощения теоретического исследования этими факторами будем пренебрегать.

Будем считать, что из мишени в вакуумную камеру вылетает осесимметричный однородный в продольном направлении цилиндрический пучок с распределением электронов в поперечном сечении

$$n(r) = n_0 \exp(-r^2/a^2). \quad (1)$$

Концентрация на оси пучка  $n_0$  определяется при заданной конечной длине пучка  $L$  характерной величиной его поперечного радиуса  $a$  и общим числом электронов  $N_e$ . В дальнейшем в теоретическом анализе рассматривается модель бесконечно длинного пучка заданной концентрации. На практике такая модель применима для пучков, у которых их длина много больше поперечного размера  $L \gg a$ . Будем считать в момент вылета из мишени пучок моноэнергетическим и однонаправленным, так что все электроны пучка имеют одинаковую скорость  $u_z = c\sqrt{1 - m^2c^4/E_{inj}^2}$  вдоль оси распространения пучка  $OZ$ , где  $E_{inj}$  — полная энергия вылетающего электрона.

Известно [7–13], что объемный заряд пучка вызывает расталкивание составляющих его электронов, а ток, возникающий вследствие их движения, взаимно притягивает электроны. Для упрощения аналитического исследования траекторий релятивистских электронов удобнее перейти в движущуюся вдоль оси  $OZ$  со скоростью  $V = u_z$  систему координат, в которой отсутствует магнитное поле, генерируемое пучком. В этой системе координат движение электрона становится строго поперечным и осуществляется только за счет расталкивания объемного заряда пучка. Для основной массы электронов, находившихся первоначально на расстоянии  $r_0 \leq a$  от оси пучка, можно записать приближенное уравнение движения в следующей форме [9, 13]

$$\frac{dp_{\perp}(r \geq r_0)}{dt'} = \frac{2\pi a^2 e^2 n'_0}{r} \eta(r_0), \quad (2)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $t'$  — время и  $n'_0$  — концентрация электронов пучка в движущейся системе отсчета,  $p_\perp$  и  $r$  — поперечный импульс электрона и его текущее расстояние от оси пучка (эти величины не изменяются при релятивистском преобразовании системы координат),

$$\eta(r_0) = 1 - \exp(-r_0^2/a^2) \quad (3)$$

доля электронов, ограниченных цилиндрической поверхностью радиуса  $r_0$ , от полной величины их погонной концентрации в пучке  $\pi a^2 n_0$ .

Уравнение (2) имеет интеграл, соответствующий закону сохранения энергии электрона, движущегося в потенциальном поле заряда цилиндрического пучка бесконечной длины:

$$E' = mc^2 \sqrt{1 + \frac{p_\perp^2}{m^2 c^2}} = mc^2 \left\{ 1 + 2 \frac{\nu}{\gamma} \eta(r_0) \ln \left( \frac{r}{r_0} \right) \right\}, \quad (4)$$

где  $\nu = \pi a^2 n_0 e^2 / (mc^2)$  — так называемый “погонный электрон” или параметр Будкера [8, 11],  $\beta = u_z/c$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = E_{inj}/(mc^2)$  — гамма-фактор преобразования между системами координат, определяемый начальной энергией электронов пучка.

Согласно соотношению (4) траектория электрона  $r(z)$  в лабораторной системе в неявном виде выражается формулой:

$$z = z_0 + r_0 \sqrt{\gamma^2 - 1} \int_1^{r/r_0} \frac{dx}{\sqrt{1 - 1/\left[2 \frac{\nu}{\gamma} \eta(r_0) \ln(x) + 1\right]^2}}, \quad (5)$$

где  $z_0$  — начальное положение электрона пучка по оси  $OZ$ .

В пределе, когда поперечное движение электронов в пучке является нерелятивистским, что соответствует условию  $E' - mc^2 \ll mc^2$  или

$$2 \frac{\nu}{\gamma} \eta(r_0) \ln \left( \frac{r}{r_0} \right) \ll 1 \quad (6)$$

получается решение вида:

$$z = z_0 + r_0 \sqrt{\gamma^2 - 1} \int_1^{r/r_0} dx \left\{ 4 \frac{\nu}{\gamma} \eta(r_0) \ln(x) \right\}^{-1/2}, \quad (7)$$

которое совпадает с известным решением [9, 13].

Из решений (5) и (7) следует, что угол наклона траектории электрона  $\theta$  относительно оси  $OZ$  изменяется в процессе его движения. Общая формула для определения этого угла в зависимости от расстояния релятивистского электрона от оси  $OZ$  имеет форму:

$$\theta(r) = \arctg(p_\perp/p_z) = \arctg \left( \sqrt{\frac{1 - (mc^2/E'(r))^2}{\gamma^2 - 1}} \right), \quad (8)$$

которая при нерелятивистском движении электрона в поперечном направлении приобретает вид:

$$\theta(r) = \arctg \left( \sqrt{4 \frac{\nu}{\gamma(\gamma^2 - 1)} \eta(r_0) \ln \left( \frac{r}{r_0} \right)} \right). \quad (9)$$

Для однородного цилиндрического пучка радиуса  $a$  (когда вместо соотношений (1) и (3) имеем  $n(r) = n_0 = \text{const}$ ,  $r \leq a$ ;  $\eta(r_0 = a) = 1$ ) в работе [11] для оценки угла траектории граничного ( $r=a$ ) электрона предложена упрощенная формула  $\theta = \arctg \left( \sqrt{4\nu/(\gamma^3 \beta^2)} \right)$ , которая следует из (9) в пренебрежении слабой логарифмической зависимостью угла отклонения от радиуса. Очевидно, что согласно (6) эта формула применима к пучкам, удовлетворяющим условию  $\nu/\gamma \ll 1$ , которые в работе [11] определяются как слаботочные.

Важным следствием общего соотношения (8) для угла разлета электронов моноэнергетического первоначально однонаправленного пучка за счет кулоновских сил расталкивания является ограничение угла разлета, определяемого начальной энергией электронов пучка:

$$\theta(r) < \arctg \left( \sqrt{1/(\gamma^2 - 1)} \right) = \arctg \left( \frac{1}{\gamma \beta} \right). \quad (10)$$

При этом для пучка ультрарелятивистских электронов, когда  $\gamma \gg 1$ , угол разлета не превышает малой величины  $\theta \cong 1/\gamma$ . Отметим, что при увеличении в результате разлета поперечного импульса электронов пучка до ультрарелятивистских значений, когда  $p_\perp \gg mc$ ,  $E' \gg mc^2$ , угол разлета электронов, согласно (8), приближается асимптотически к значению  $\theta = 1/\gamma$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ниже приведены результаты расчета динамики разлета электронов релятивистского сильноточного пучка согласно формулам (5) и (8) для параметров, отвечающих экспериментам [4, 5]. Измеренная в эксперименте температура релятивистских электронов узконаправленного пучка, подтвержденная полномасштабным 3D PIC-моделированием, составляет  $T_h = 12.5$  МэВ. При этом количество электронов с энергией  $E_e > 7.5$  МэВ в пучке равно  $N_e = 3 \times 10^{11}$ , что отвечает заряду  $Q_e \approx 50$  нС, а средняя энергия электронов с  $E_e > 7.5$  МэВ равна 20 МэВ.

Эти характеристики ( $N_e = 3 \times 10^{11}$ ,  $E_{inj} = 20$  МэВ) при длине пучка  $L = 210$  мкм, определяемой длительностью лазерного импульса 700 фс, взяты в качестве исходных параметров для расчета. На рисунках 1 и 2 для электрона с характерным начальным расстоянием от оси пучка ( $r_0 = a$ ) приведены зависимости угла наклона его траектории к оси  $OZ$  (8), а также пройденного им расстояния вдоль оси  $OZ$  (5), от нормированного расстояния  $r/a$  от оси пучка.

Более детальное изображение начального этапа разлета пучка, проиллюстрированное на рисунке 2, показывает, что выход на почти прямолинейную траекторию разлета (за счет медленной зависимости логарифмического слагаемого в (5)) происходит достаточно быстро, уже при увеличении характерного радиуса пучка в несколько раз. Для выбранных параметров расчета, на всей длине распространения пучка на рисунке 1 условие малости радиуса пучка по сравнению с его

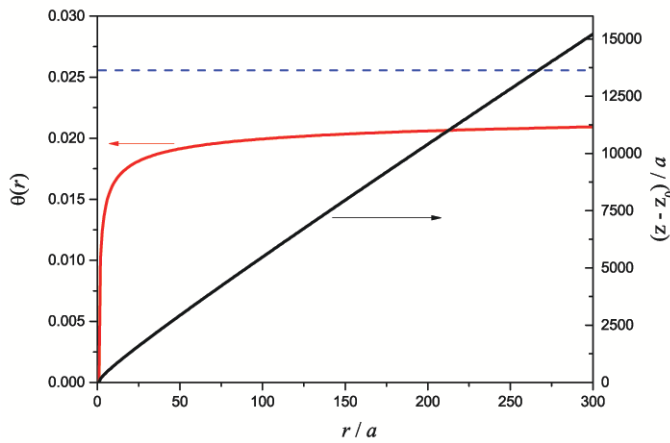


**Рисунок 1.** Траектория (черная линия, правая ось) характерного электрона пучка ( $r_0 = a$ ) и ее угол наклона в радианах к оси пучка (красная линия, левая ось) в зависимости от нормированного расстояния электрона  $r/a$  от оси пучка. Пунктир — асимптотический угол траектории (10).

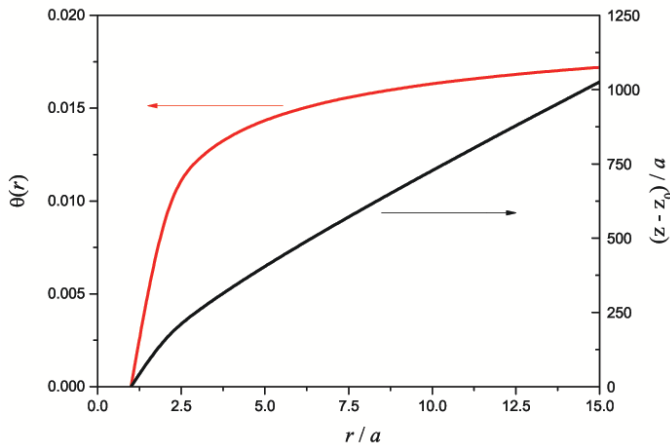


**Рисунок 2.** Начальный этап разлета. Обозначения те же, что на рисунке 1.

длиной выполняется в движущейся “собственной” системе отсчета при начальном характерном радиусе пучка  $a \approx 10$  мкм, определяемом радиусом фокусировки лазерного импульса [5].

Следует подчеркнуть, что даже при достижении асимптотического значения угла разлета  $\theta = 1/\gamma$ , наибольшего для моноэнергетического пучка при отсутствии начального углового разброса, это значение ( $\theta = 1/\gamma \approx 1.5^\circ$ ) оказывается намного меньше измеренного в эксперименте угла разлета пучка  $\approx 13^\circ$ . Измеренное значение угла разлета, подтвержденное полномасштабным 3D PIC-моделированием эксперимента, обусловлено значительными поперечными импульсами и соответствующим угловым разбросом электронов пучка, генерируемых в процессе прямого лазерного ускорения (DLA) в плазме околоритической плотности электронов [4, 5].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Аналитически исследован процесс распространения моноэнергетического пучка электронов в вакууме. В слаботочном режиме, характерном для пучков с относительно небольшим зарядом, распространение пучка описывается нерелятивистскими уравнениями движения электронов в поперечном направлении, характер решения которых зависит от соотношения двух факторов, влияющих на траекторию электронов — энергии электронов пучка и его заряда, вызывающего расталкивание электронов пучка.

В сильнотоочных пучках, характерных для условий анализируемых экспериментов, поперечное движение электронов может быть описано только в релятивистском подходе. Решение соответствующих уравнений показывает, что траектории электронов в распыляющемся пучке выходят на асимптотическую зависимость, в которой угол траектории электронов по отношению к оси пучка определяется только начальной энергией электронов. Заряд пучка электронов на их асимптотическую траекторию влияния не оказывает.

Важным следствием полученного общего соотношения для угла разлета электронов моноэнергетического первоначально однонаправленного пучка за счет кулоновских сил расталкивания является ограничение угла разлета (10), определяемого только начальной энергией электронов пучка. Для обсуждаемых параметров проведенный анализ указывает на малую роль электростатического расталкивания релятивистских электронов пучка, ускоренных в режиме DLA, при их транспортировке в вакуумной камере. Однако, с увеличением энергии лазерного импульса и пропорционального роста заряда ускоренных электронов и переносимого ими тока, значение электростатического и магнитного самовоздействия пучка при распространении в вакуумной камере увеличивается и потребует более полного анализа.

Работа выполнена при частичной поддержке Государственной корпорацией “Росатом” (Договор от 22 июня 2021 г. № 17706413348210001390/226/3462-Д).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ravasio A *et al* 2008 *Physics of Plasmas* **15** 060701
2. Li K, Borm B, Hug F, Khaghani D, Löher B, Savran D, Tahir N A and Neumayer P 2014 *Laser and Particle Beams* **32** 631–637
3. Habs D and Koester U 2010 *Applied Physics B* **103** 501–519
4. Rosmej O N *et al* 2019 *New Journal of Physics* **21** 043044
5. Rosmej O N *et al* 2020 *Plasma Physics and Controlled Fusion* **62** 115024
6. Попов В С, Гырдымов М, Розмей О Н, Андреев Н Е и Фортгов В Е 2020 *Вестник ОИВТ РАН* **4** 26–30
7. Габович М Д 1955 *Успехи физических наук* **56** 215–256
8. Будкер Г И 1956 *Атомная энергия* **1** 9–19
9. Harrison E R 1958 *Journal of Electronics and Control* **4** 193–200
10. Lawson J 1959 *J. Nucl. Energy, Part C Plasma Phys.* **1** 31–35
11. Валлис Г, Зауэр К, Зюндер Д, Росинский С Е, Рухадзе А А и Рухлин В Г 1974 *Успехи физических наук* **113** 435–462
12. Рудаков Л И (ред.) 1990 *Генерация и фокусировка сильноточных релятивистских электронных пучков* (Энергоатомиздат)
13. Лебедев А Н и Шальнов А В 1991 *Основы физики и техники ускорителей* (Энергоатомиздат)