

Влияние длины метеорного следа на его эффективную площадь рассеяния

Н. Д. Наумов и В. П. Петровский

Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

E-mail: b1p2a3@mail.ru

Статья поступила в редакцию 30 июля 2023 г.

Аннотация. На основе принципа Гюйгенса сформулирован метод оценки поля электромагнитной волны, обратно рассеянной плазмой метеорного следа. Получены аналитические выражения для эффективной площади рассеяния (ЭПР) неуплотненного и переуплотненного метеорных следов. Показано, что приемлемое выражение для ЭПР протяженного метеорного следа получается при корректном учете продольной интерференции элементарных волн. <https://doi.org/10.33849/2023210>

1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимость оценки рассеяния радиоволн различными плазменными образованиями обусловлена практическими задачами, такими как: радиолокация [1], метеорная радиосвязь [2] и метеорная радиоастрономия [3]. Проблематика определения эффективной площади рассеяния (ЭПР) как в радиочастотном [4, 5], так и оптическом диапазонах длин волн [6] остается актуальной и в настоящее время. Расчет поля рассеянной электромагнитной волны на основе решения волнового уравнения с соответствующими граничными условиями является сложной задачей, требующей применения численных методов. Для проведения оценок важную роль играет разработка упрощенных аналитических моделей [7, 8].

Данная работа посвящена построению такой модели для оценки ЭПР метеорного следа. Недостатком существующей аналитической модели [9] является то обстоятельство, что полученное выражение для ЭПР применимо только в случае короткого метеорного следа. Это, в частности, выражается в том, что, согласно результату работы [9], интенсивность рассеянного радиоизлучения для ракурсного угла 90° квадратично зависит от длины следа, что не согласуется с данными для протяженных метеорных следов. В связи с этим в метеорной радиосвязи и метеорной радиоастрономии для получения приемлемого значения ЭПР длина следа полагается равной половине длины первой зоны Френеля [2, 3]. Как показано в данной работе, адекватное выражение для оценки ЭПР в случае протяженного метеорного следа получается при корректном учете продольной интерференции элементарных волн.

2. ПЕРЕУПЛОТНЕННЫЙ МЕТЕОРНЫЙ СЛЕД

Вначале рассмотрим переуплотненный метеорный след, т.е. когда его плазма отражает падающую радиоволну. В качестве простой модели такого следа можно рассматривать отражающий цилиндр (см. рисунок 1). Введем декартову и цилиндрическую системы координат с началами в центре цилиндра и осью Oz вдоль его оси симметрии. Предполагается, что радиопередатчик находится в плоскости Oyz . Цилиндр будем считать длинным, если отношение длины цилиндра h к поло-

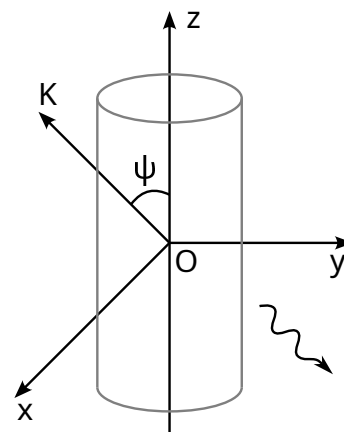


Рисунок 1. Расчетная схема.

вине длины первой зоны Френеля $L = \sqrt{\lambda R/2}/\sin \psi$ не является малой величиной. Здесь λ — длина волны, R — расстояние от цилиндра до точки расположения радиопередатчика, ψ — ракурсный угол, т.е. угол между осью Oz и волновым вектором радиоволны.

Для оценки поля рассеянной волны будем исходить из принципа Гюйгенса, согласно которому это поле является суперпозицией полей элементарных волн, создаваемых электрическими вибраторами. В качестве таких вибраторов рассматриваются токи, возбуждаемые падающей волной в небольших участках отражающей поверхности.

Практической моделью электрического вибратора является электрический диполь Герца, для напряженности поля которого в дальней зоне имеем [10]:

$$\mathbf{E} = -e_\theta \frac{Id}{2\lambda R} W \sin \theta e^{i\omega t - iKR}. \quad (1)$$

Здесь I — амплитуда электрического тока, d — длина диполя, W — волновое сопротивление вакуума, $\omega = Kc$, $K = 2\pi/\lambda$ — волновое число, c — скорость света, θ — угол в сферической системе координат, связанной с осью диполя, e_θ — орт этой системы координат для угла θ . Угол θ характеризует направление на точку наблюдения.

Для оценки поля электромагнитной волны, рассеянной отражающей поверхностью, можно использовать

метод физической оптики. В этом методе источником вторичных волн является электрический ток, возбуждаемый волной на поверхности ее отражения. Вектор линейной плотности этого тока $\mathbf{J}$ определяется магнитным полем $\mathbf{B}$ падающей волны: $\mathbf{J} = 2[\mathbf{uB}]$, где $\mathbf{u}$ — единичный вектор нормали к поверхности.

Для получения расчетной формулы рассмотрим элемент отражающей поверхности dS , расположение которого определяется радиус-вектором $\mathbf{q}$. Выберем в качестве нулевой фазу падающей радиоволны в начале системы координат. Тогда с учетом сдвига фазы волны для амплитуды линейной плотности тока на рассматриваемом элементе поверхности найдем:

$$\mathbf{J}_0 = 2[\mathbf{uB}_0]e^{-i\mathbf{Kq}}.$$

Здесь $\mathbf{B}_0$ — амплитуда магнитного поля падающей волны, $\mathbf{K} = k\mathbf{w}$ — ее волновой вектор, где $\mathbf{w}$ — единичный вектор в направлении падения волны.

Ось диполя Герца параллельна вектору $\mathbf{J}_0$, направление на точку наблюдения определяется вектором $(-\mathbf{w})$, поэтому орты сферической системы координат, связанной с осью диполя, вычисляются с помощью следующих формул:

$$\mathbf{e}_r = -\mathbf{w}, \quad \mathbf{e}_\varphi = \frac{1}{\sin\theta}[\mathbf{e}_z\mathbf{e}_r], \quad \mathbf{e}_\theta = [\mathbf{e}_\varphi\mathbf{e}_r],$$

где $\mathbf{e}_z = \mathbf{J}_0/J_0$, $\sin\theta = |[\mathbf{e}_z\mathbf{e}_r]|$. Для произведения амплитуды электрического тока на длину диполя, создаваемого рассматриваемым элементом отражающей поверхности, имеем: $Id = J_0 dS$. Далее, волновой вектор обратно рассеянной волны равен $(-\mathbf{K})$, поэтому для нее фазовый множитель имеет то же значение $e^{-i\mathbf{Kq}}$.

Как уже указывалось, рассеянное поле является суперпозицией полей элементарных волн, создаваемых электрическими вибраторами. В итоге с учетом выражения (1) для поля обратно рассеянной волны найдем:

$$\mathbf{E}_s = -\frac{1}{\lambda R}\mathbf{E}_0 \int (\mathbf{u}\mathbf{w}) \exp(-2i\mathbf{Kq})dS, \quad (2)$$

где $\mathbf{E}_0$ — амплитуда электрического поля падающей волны; интегрирование проводится по всей отражающей поверхности. После вычисления этого интеграла можно найти ЭПР:

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{|\mathbf{E}_s|^2}{|\mathbf{E}_0|^2}.$$

Применительно к рассматриваемой задаче $\mathbf{q} = a \cos\varphi \mathbf{i} + a \sin\varphi \mathbf{j} + z\mathbf{k}$, где a — радиус цилиндра, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — орты декартовой системы координат, а интегрирование в выражении (2) нужно провести по облучаемой боковой поверхности цилиндра, т.е. $dS = a d\varphi dz$. Поскольку радиопередатчик излучает сферическую волну, которая в дальней зоне для небольшого участка ее фронта рассматривается как плоская, то для длинного цилиндра нужно учитывать зависимость направления волнового вектора падающей волны от расположения отражающего элемента.

Обозначим через χ угол между осью Oz и вектором из точки расположения радиопередатчика в точку рас-

положения элемента dS . Тогда $\mathbf{K} = -\sin\chi \mathbf{j} + \cos\chi \mathbf{k}$, где, как следует из геометрических соображений, с точностью до членов первого порядка по величине z/R

$$\sin\chi \approx \sin\psi(1 - \frac{z}{R}\cos\psi), \quad \cos\chi \approx \cos\psi + \frac{z}{R}\sin^2\psi.$$

Зависимость направления волнового вектора от z следует учитывать только при интегрировании по продольной координате; для интегрирования по угловой координате $\chi = \psi$, поскольку радиус цилиндра мал по сравнению с длиной первой зоны Френеля. В итоге после вычисления интеграла (2) для ЭПР отражающего цилиндра найдем:

$$\sigma = \pi\Lambda(kaL \sin\psi)^2 [J_1^2(\xi) + \mathbf{E}_1^2(\xi)]. \quad (3)$$

Здесь $\Lambda = |F(\zeta) - F(\eta)|^2/4$, $F(x) = C(x) - iS(x)$, $C(x)$ и $S(x)$ — интегралы Френеля, $J_1(x)$ — функция Бесселя, $\mathbf{E}_1(x)$ — функция Вебера [11], а также введены обозначения:

$$\xi = 2ka \sin\psi, \quad \zeta = 2\frac{L}{\lambda} \cos\psi + \frac{h}{L}, \quad \eta = \zeta - 2\frac{h}{L}.$$

На рисунке 2 для ракурсного угла 90° представлена зависимость фактора Λ от длины метеорного следа. Как видно из этого графика, для короткого следа, т.е. когда $h/L \ll 1$, ЭПР квадратично зависит от длины цилиндра. При $h > L$ эта зависимость становится немонотонной, поэтому используемый в [2, 3] метод оценки ЭПР протяженного метеорного следа для $\psi = 90^\circ$, когда длина следа полагается равной половине длины первой зоны Френеля, приводит к завышенному значению его ЭПР.

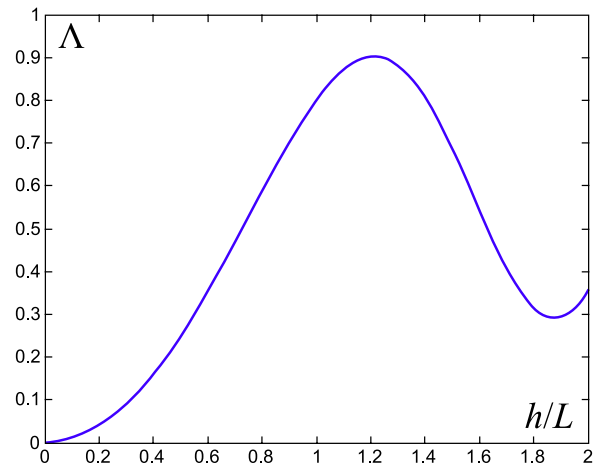


Рисунок 2. Зависимость фактора Λ от длины цилиндра для ракурсного угла 90° .

3. НЕУПЛОТНЕННЫЙ МЕТЕОРНЫЙ СЛЕД

Теперь рассмотрим неуплотненный метеорный след, т.е. плазма является проницаемой для падающей радиоволны. Электрическое поле волны приводит к возникновению в плазме переменного электрического тока, т.е. каждый малый объем плазмы dV становится источ-

ником вторичной сферической волны. Для амплитуды плотности электрического тока имеем (плазму считаем холодной) [12]:

$$\mathbf{j}_0 = -\frac{ie^2 N(\rho)}{m_e \omega} \mathbf{E}_0 e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}}, \quad (4)$$

где $N(\rho)$ — зависимость концентрации электронов от радиальной координаты. Соответственно, для произведения амплитуды электрического тока на длину диполя, создаваемого элементом объема dV , получим: $Id = j_0 \Delta V$.

Поскольку направление на точку наблюдения определяется вектором $(-\mathbf{w})$, а ось диполя параллельна вектору $\mathbf{E}_0$, то $\mathbf{e}_\theta = -\mathbf{E}_0/E_0$, т.е. для обратного рассеяния волны проникаемой плазмой угол $\theta = 90^\circ$. Из выражений (1, 4) получим следующий результат для амплитуды волны, рассеянной элементом объема dV проникаемой плазмы:

$$d\mathbf{E}_s = i\mathbf{E}_0 \frac{r_e}{R} N(\rho) e^{-2i\mathbf{K}\mathbf{r}} dV,$$

где r_e — классический радиус электрона. После интегрирования по угловой координате найдем:

$$\mathbf{E}_s = 2i\pi \mathbf{E}_0 \frac{r_e}{R} \int_0^a N(\rho) J_0(2K\rho \sin \psi) \rho d\rho \cdot \int_{-h/2}^{h/2} dz \exp(-2iKz \cos \chi), \quad (5)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя.

Фигурирующий в выражении (5) интеграл по радиальной координате можно вычислить в явном виде, если $N(\rho) = N_0 \sum_{n=0}^m \alpha_n \tau^n$, где $\tau = \rho^2/a^2$, N_0 — концентрация электронов на оси следа, т.е. $\alpha_0 = 1$. В этом случае для ЭПР метеорного следа получается следующее выражение:

$$\sigma = 16\pi\Lambda [\pi r_e a^2 L N_0 \sum_{n=0}^m \alpha_n f_n(\xi)]^2,$$

$$f_n(x) = \frac{1}{x^2} [2nJ_0(x) + xJ_1(x) - 4n^2 f_{n-1}(x)],$$

$$f_0(x) = \frac{J_1(x)}{x}.$$

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Практическая значимость полученных результатов состоит в возможности их использования для оценки ЭПР метеорных следов, а также для тестирования расчетных программ численного моделирования рассеяния электромагнитных волн плазменными образованиями.

Следует также отметить, что при $h/L \ll 1$, используя асимптотическое разложение интегралов Френеля при больших значениях аргумента, найдем:

$$\Lambda = \frac{\sin^2(kh \cos \psi)}{(kL \cos \psi)^2}.$$

В этом случае выражение (3) совпадает с полученным в работе [9] результатом для ЭПР короткого отражающего цилиндра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Финкельштейн М И 1983 *Основы радиолокации* (Москва: Радио и связь)
2. Долуханов М П 1962 *Дальнее распространение ультракоротких волн* (Москва: Связьиздат)
3. Мак-Кинли Д 1964 *Методы метеорной астрономии* (Москва: Мир)
4. Гайдаев А А 2016 *Вестник ДГТУ. Технические науки* **43**(4) 42–52
5. Сулимов А И и Карнов А В 2019 Численное моделирование частотных характеристик метеорных радиоотражений от метеорных следов *Труды XXVI Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн»* т. II ред. Лукин Д С и др. (Казань: Изд-во Казан. ун-та) с. 457–460
6. Храмов И М 2010 *Радиотехника* **11** 79–84
7. Шустиков В Ю 2018 *Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей»* **2** 75–81
8. Рунов А А 2021 *Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей»* **4** 76–93
9. Crispin Jr J W and Maffett A L 1965 *Proc. IEEE* **53** 833–848
10. Никольский В В 1978 *Электродинамика и распространение радиоволн* (Москва: Наука)
11. Абрамовиц М и Стиган И (ред.) 1979 *Справочник по специальным функциям* (Москва: Наука)
12. Гинзбург В Л 1967 *Распространение электромагнитных волн в плазме* (Москва: Наука)