Моделирование многостадийного лазерно-плазменного ускорения электронного сгустка с учетом эффекта обратного воздействия

И. Р. Умаров[1,2]

[1] Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., д. 13, стр. 2, Москва, Россия

[2] Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Институтский пер., 9, Долгопрудный, Московская область 141701, Россия

E-mail: mail@umarov.me

Статья поступила в редакцию 17 декабря 2024 г.

Аннотация. Рассмотрено ускорение электронного сгустка в кильватерной волне разреженной плазмы, возбуждаемой лазерным импульсом фемтосекундной длительности, проанализировано влияние собственного заряда сгустка на процесс его ускорения и на его конечные параметры. Учтены первая и последующие стадии лазерно-плазменного ускорения.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большое количество исследовательских программ включают в себя лазерно-плазменное ускорение частиц. При нынешнем уровне развития области и технологий уже возможно получение электронных пучков с энергиями ГэВ и более. Например, в работе [1] была экспериментально продемонстрирована возможность ускорения электронов в поле кильватерной волны до энергий порядка 8 ГэВ на относительно небольших расстояниях, порядка 10 см.

Успех лазерных плазменных ускорителей существенно зависит от возможности обеспечения квазимоноэнергетического ускорения электронных пучков до высоких энергий [2–4] с сохранением относительно низкого значения поперечного нормализованного эмиттанса (объема фазового пространства, занимаемого ускоряемыми электронами), необходимого для различных приложений. На эти параметры сильно влияют способы инжекции и захвата пучка [5–7].

Одно из ограничений плазменных ускорителей связано с собственным полем ускоряемого пучка, возникающим вследствие его движения в плазме [8]. Данный эффект обратного влияния ограничивает заряд, который можно ускорить, поскольку продольная компонента этого поля имеет обратный знак в сравнении с исходным ускоряющим полем кильватерной волны, что главным образом сказывается на темпе ускорения хвоста пучка. Это приводит к уменьшению энергии частиц в хвосте пучка, в частности, к уменьшению энергии пучка в целом и следующему из этого увеличению разброса по энергии ускоренных частиц для больших зарядов пучка [9]. Поэтому рассмотрение этого эффекта является очень важной задачей, особенно если целью является получение ускоренных пучков с как можно меньшим разбросом по энергии. Для примера, в работах [10, 11] были рассмотрены процессы ускорения пучков электронов с зарядами порядка 1 пКл и были исследованы способы оптимизации различных стадий ускорения для уменьшения разброса по энергии и увеличения конечной энергии, в том числе процессов инжекции пучка электронов в кильватерную волну и последующего вывода его из плазмы в конце зоны ускорения. Однако, величина заряда, рассматриваемая в этих работах, является относительно маленькой, и, возможно, что для на порядок больших величин зарядов будет необходимо использовать другие способы оптимизации процесса ускорения.

Целью этой работы является рассмотрение влияния на процесс ускорения пучка его собственного заряда с величиной около $Q = 30$ пКл, что соответствует величине заряда, планируемого к использованию в проекте EuPRAXIA [12].

В этой работе рассмотрено и проанализировано распространение и ускорение пучка электронов в кильватерной волне плазмы, возбуждаемой лазерным импульсом, а также рассмотрено влияние собственного заряда пучка на его параметры. Во втором разделе вкратце описана расчетная модель, использовавшаяся при моделировании задачи. В третьем разделе рассмотрен процесс захвата и ускорения электронного сгустка в первой стадии лазерно-плазменного ускорителя. В четвертом разделе представлены результаты моделирования ускорения сгустка в последующих стадиях ускорения.

2. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ

Все моделирования в данной работе проводились PiC-методом (PIC — Particle In Cell (метод частиц в ячейке)) с использованием квазистатического приближения. Квазистатическое приближение базируется на том, что скорость лазерного импульса или пучка частиц (драйвера), возбуждающих кильватерную волну в плазме, близка к скорости света и то, что характерный период изменения формы драйвера много больше периода плазменной волны. Таким образом, возможно разделить эволюцию драйвера и динамику плазмы следующим образом: предполагая драйвер заданным в определенный момент времени, малая скорость изменения его формы по сравнению с частотой возбуждаемой кильватерой волны позволяет считать, что он является квазистатическим в течение времени, необходимого для прохождения поперечного среза плазмы. Отклик плазмы на драйвер можно вычислить, проследив за эволюцией плазменного среза (слайса) в процессе прохождения драйвера через него. Реконструкция продольной и поперечной структуры отклика из последовательности поперечных срезов дает полную структуру отклика плазмы на возмущение драйвером, в том числе плотностей токов и зарядов, необходимых для расчета эволюции драйвера во времени. В большинстве формулировок для отслеживания эволюции плазменных срезов используется сопутствующая движению драйвера система координат,

определяемая как $\zeta = z - ct$, где z — продольная координата в лабораторной системе отчета, c — скорость света, t — время, в лабораторной системе отчета. Существует несколько реализаций данного приближения, например [13–16]. В данной работе была выбрана модель WAKE из статьи [13].

Эта модель была дополнена уравнениями, описывающими движение заряженных частиц для учета эволюции ускоряемого пучка электронов, движущихся со скоростями, близкими к скорости света, близко к тому, как это было сделано в работе [17].

Также для точности учета тока ускоряемых частиц шаг по времени был сделан динамическим, величина которого определялась из условия, что ни одна частица не должна проходить расстояние, большее чем шаги сетки по каждой из координат.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Нашей задачей являлось нахождение параметров лазерно-плазменного ускорения, при которых возможно ускорение электронного сгустка заряда порядка десятка пКл на величину прироста энергии 5–10 ГэВ с сохранением качества этого сгустка. Одной из ключевых характеристик ускоренного сгустка, с точки зрения его конечного использования, является его разброс по энергии: $2\sigma_{\mathcal{E}}/\langle\mathcal{E}\rangle$, где $\sigma_{\mathcal{E}}$ — дисперсия по энергии электронов сгустка, $\langle\mathcal{E}\rangle$ — средняя энергия электронов сгустка.

Как уже было сказано во введении, одним из эффектов, влияющих на процесс ускорения и, следовательно, на конечные параметры ускоренного сгустка, является эффект обратного воздействия тока ускоряемого сгустка на кильватерные поля плазмы (beam-loading effect). Данный эффект проиллюстрирован на рисунке 1. На этом рисунке зеленой линией обозначена огибающая лазерного импульса, распространяющегося справа налево, возбуждающего кильватерную волну в плазме, а зависимость величины ее потенциала показана красной линией. Электронный сгусток, обозначенный фиолетовыми точками и помещенный в ускоряющую фазу кильватерной волны, за счет собственного тока влияет на распределение фоновых электронов плазмы, что непосредственно влияет на ускоряющее поле, величина которого представлена синей линией. Как видно из графика, этот эффект существенно влияет на распределение поля на протяжении длины ускоряемого сгустка, что непосредственно сказывается на его разбросе по энергии. Из этого следует, что учет этого эффекта необходим, если целью является достижение минимального разброса по энергии. Например, в слабо-нелинейном режиме этот эффект нужно учитывать уже при зарядах сгустка порядка нескольких пикокулон [18].

Начнем с рассмотрения слабо-нелинейного режима ускорения без учета влияния собственного заряда ускоряемого сгустка на процесс ускорения. В этом режиме важным критерием, влияющим на разброс по энергии сгустка при лазерно-плазменном ускорении, является однородность ускоряющего поля на длине ускоряемого сгустка (при условии, что энергия электронов сгустка не зависит от продольной координаты). Поэтому, чем меньше электронный сгусток в размерах, тем более эффективным будет его ускорение с точки зрения разброса по энергии. Одним из способов уменьшения продольного размера сгустка при рассмотрении линейного одномерного случая, является его инжекция в точку, соответствующую максимуму ускоряющего потенциала возбужденной кильватерной волны, с энергией меньше резонансной $\mathcal{E}_{\mathrm{e,inj}} < \gamma_{\mathrm{ph}} m_{\mathrm{e}} c^2$ [19], где $\gamma_{\mathrm{e,inj}}$ — гамма-фактор инжектируемых электронов, $\gamma_{\mathrm{ph}} \approx \omega_0/\omega_{\mathrm{p}} = \omega_0\sqrt{m_{\mathrm{e}}/(4\pi n_{\mathrm{e}} e^2)}$ — “гамма-фактор” плазменной кильватерной волны, определяемый ее фазовой скоростью, ω_0 — частота лазерного импульса, ω_{p} — плазменная частота, m_{e} — масса электрона, n_{e} — концентрация электронов плазмы, e — элементарный электрический заряд.

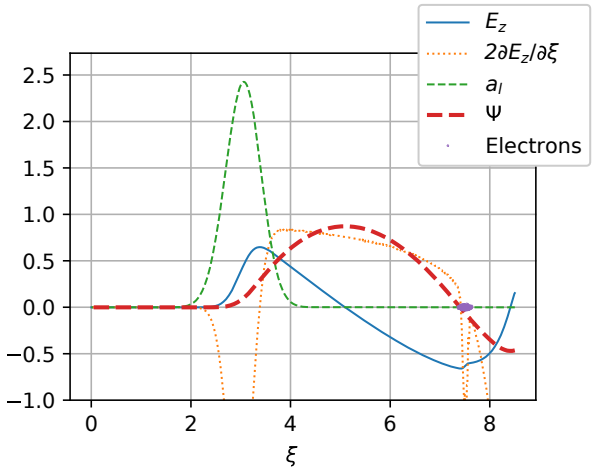


Рисунок 1. Процесс лазерно-плазменного кильватерного ускорения электронного сгустка с учетом эффекта обратного воздействия. По оси ординат: Ψ — безразмерный потенциал кильватерной волны; a_{l} — безразмерная огибающая лазерного импульса; $E_{\mathrm{z}} = \partial\Psi/\partial\xi$ — продольная ускоряющая компонента электрического поля; $\partial E_{\mathrm{z}}/\partial\xi$ — производная ускоряющей компоненты поля по продольной координате.

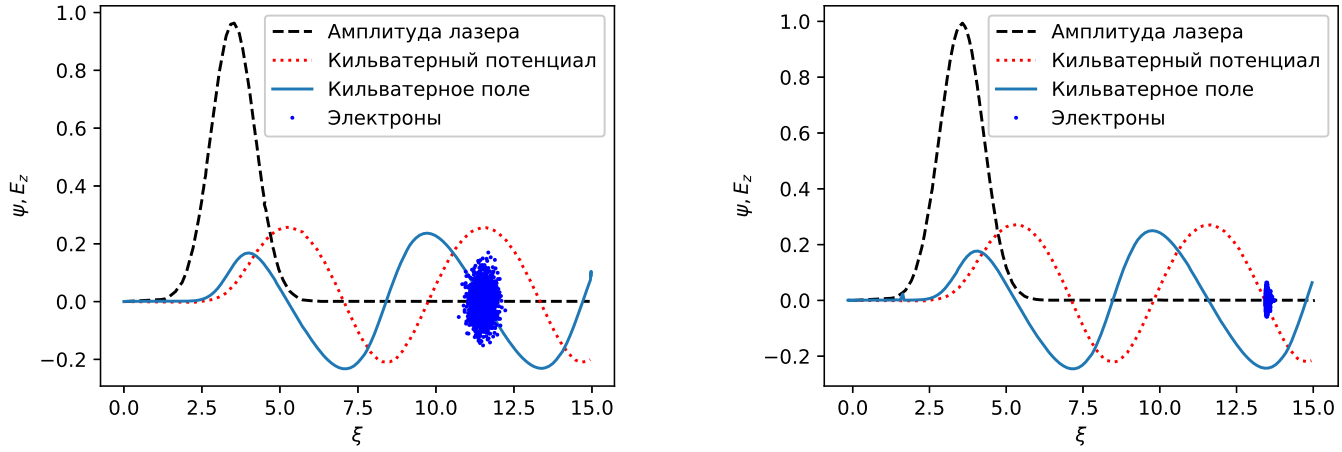
Действительно, согласно выражению для длины ускоряемого сгустка после его захвата (когда $\gamma_{\mathrm{e}} = \gamma_{\mathrm{ph}}$) [19]:

$$L_{\mathrm{b}} = \frac{k_{\mathrm{p}} L_{\mathrm{b,inj}}^2}{2} \left| \frac{\partial_\xi^2 \psi|_{\xi=\xi_{\mathrm{inj}}}}{\partial_\xi \psi|_{\xi=\xi_{\mathrm{tr}}}} \right|, \tag{1}$$

где $k_p = w_{\mathrm{p}}/c$ — модуль волнового вектора плазменной кильватерной волны; $L_{\mathrm{b,inj}}$ — длина сгустка в момент инжекции; ψ — потенциал кильватерной волны; ξ_{inj} — точка инжекции электронов в кильватерную волну, соответствующая максимуму потенциала в нашем случае и ξ_{tr} — точка захвата электронов, где $\xi = k_{\mathrm{p}}(ct - z)$ — нормированная на длину плазменной волны сопутствующая координата. При инжектировании моноэнергетического сгустка в точку максимума потенциала и его захвате волной в точке максимума ускоряющего поля в линейном случае получаем

$$L_{\mathrm{b}} = k_{\mathrm{p}} \frac{L_{\mathrm{b,inj}}^2}{2}, \tag{2}$$

то есть при длине сгустка $L_{\mathrm{b,inj}} < 2k_{\mathrm{p}}^{-1}$ происходит сжатие сгустка. Этот процесс захвата проиллюстрирован на рисунке 2. Видно, как электроны, инжектированные в точку максимума кильватерного потенциала, за счет их меньшей скорости по сравнению с лазерным импульсом,



(*а*) (*б*)

Рисунок 2. Динамика низкоэнергетических тестовых электронов ($Q = 0$), инжектированных в точку максимума потенциала кильватерного поля. Синие точки изображают инжектированные электроны.

начинают “скатываться” вниз по потенциалу. И через небольшой промежуток ускорения, когда их скорость становится равной скорости лазерного импульса, они оказываются захвачены в точке, в которой значение потенциала близко к нулю, с уже куда меньшим продольным размером.

Возможность использования этого механизма для уменьшения длины сгустка была продемонстрирована в ряде работ — например, в [18] была показана возможность ускорения сгустков с зарядами порядка 1–2 пКл с использованием этого метода сжатия до средней энергии электронов в сгустке 2 ГэВ с конечным разбросом по энергии около 1%.

Однако такой способ инжекции и захвата сгустка ускоряемых электронов хорошо работает только при относительно небольшой амплитуде кильватерной волны. Дело в том, что оптимальное сжатие сгустка достигается только при его захвате в точке, где ускоряющее поле имеет максимальную величину, т.е. в точке, соответствующей нулю потенциала. Эта точка захвата внешне инжектированного сгустка определяется уравнением [19]:

$$|e|\,[\psi(\xi_{\rm inj}) - \psi(\xi_{\rm tr})] = \mathcal{E}_{\rm inj} - \left[(1-\gamma_{\rm ph}^{-2})(\mathcal{E}_{\rm inj}^2 - m_{\rm e}^2c^4)\right]^{1/2} - m_{\rm e}c^2/\gamma_{\rm ph}. \quad (3)$$

Из этого уравнения следует, что для изменения точки захвата нужно менять изначальную среднюю энергию инжектируемых электронов. Но уже при безразмерной амплитуде кильватерного поля порядка $\Psi = (e\psi)/(m_{\rm e}c^2) \approx 0.75$, достигаемого при безразмерной амплитуде лазерного импульса $a_0 = (eE_0)/(m_{\rm e}c\omega_0) \gtrsim 1.5$ при наших параметрах (плотность плазмы $n_e = 1.7 \times 10^{17}$ см$^{-3}$), для захвата электронов около точки нуля потенциала необходимо инжектировать их с энергией порядка $\mathcal{E}_{\rm inj} \approx 1.2 m_{\rm e}c^2$, причем дальнейшее увеличение амплитуды кильватерного поля потребует еще меньших начальных энергий инжектируемых электронов. Таким образом в умеренно-нелинейном режиме ускорения естественно возникает вопрос сохранения качества такого низкоэнергетического сгустка электронов при подобном способе его внешней инжекции в кильватерную волну.

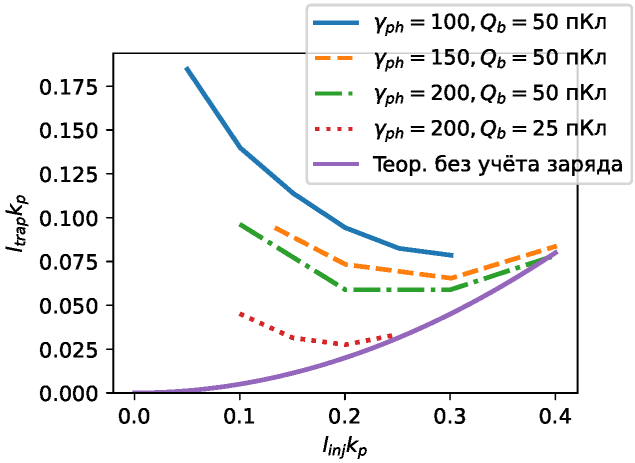


Рисунок 3. Зависимость длины сгустка электронов после захвата ($\sigma_{\rm l,trap}$) от его длины в момент инжекции в кильватерную волну ($\sigma_{\rm l,\ inj}$). $\mathcal{E}_{\rm inj} = 1.2\, m_{\rm e}c^2$.

Еще одним эффектом, влияющим на весь процесс ускорения является эффект обратного воздействия. Так, в работе [10] было показано, что для достаточно большого заряда такой способ уменьшения продольного размера сгустка перестает работать из-за обратного влияния заряда этого сгустка на кильватерное поле. Например, в процитированной работе это наблюдалось для зарядов больше 5 пКл.

В данной работе мы также решили рассмотреть данный эффект подробнее для разных параметров. Моделирование проводилось для разных значений плотности плазмы, выраженной через $\gamma_{\rm ph}$, и разных суммарных зарядов ускоряемого сгустка (рисунок 3). На графике явно видно влияние размера заряда на конечную длину сгустка после захвата.

Учитывая, что обе этих величины (длина сгустка и координата ξ, соответствующая точке захвата) непосредственно влияют на процесс ускорения при учете эффекта самовоздействия, и, следовательно, на конечные параметры сгустка, а также возможные сложности,

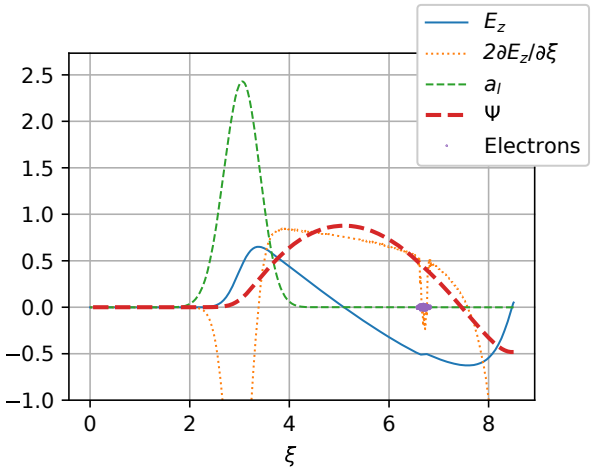


Рисунок 4. Процесс кильватерного ускорения электронов с учетом эффекта обратного воздействия при оптимальном выборе параметров.

которые могут возникнуть в процессе инжекции, было принято решение в данной работе исследовать процесс ускорения сгустков с относительно высокой энергией инжекции ($\gamma_{\mathrm{e,inj}} \gtrsim \gamma_{\mathrm{ph}}$). Подобные сгустки могут быть получены, например, на стандартном радиочастотном ускорителе.

Нашей задачей является уменьшение конечного разброса по энергии ускоряемых электронов при одновременном увеличении прироста энергии за стадию ускорения, а также увеличение суммарного заряда ускоряемого сгустка. Как уже было сказано, для минимизации разброса по энергии электронов, необходимо минимизировать вариацию ускоряющего поля на длине сгустке. Для достижения этого в данной работе мы будем рассматривать умеренно-нелинейный режим ускорения. В умеренно-нелинейном режиме ускорения кильватерное поле имеет зону, в которой зависимость величины кильватерного потенциала от продольной координаты близка к линейной. Следовательно, величина его продольной производной меняется слабо на этом промежутке фазы кильватерной волны. В таком случае можно подобрать заряд и размеры сгустка так, чтобы среднее значение на длине сгустка этой производной суммарного поле обнулялось на этом фазовом промежутке (рисунок 4). График хорошо иллюстрирует данный эффект: при оптимальном подборе параметров удается достаточно точно взаимно скомпенсировать неоднородные кильватерные поля, генерируемые лазерным импульсом и самим ускоряющимся сгустком соответственно.

Из этих соображений была проведена серия расчетов для электронов, инжектированных сразу в ускоряющую фазу кильватерной волны. Плотность плазмы в этих расчетах была $n_0 \approx 4.4 \times 10^{16}$ см$^{-3}$ и соответствовала $\gamma_{\mathrm{ph}} \approx 200$. Поскольку рассматривается распространение лазерного импульса на расстояниях, много выше длины его дефокусировки, был выбран плазменный канал параболической формы. Ширина канала была $R_{\mathrm{ch}} = 3.125 k_{\mathrm{p}}^{-1} \approx 80$ мкм и была согласована с шириной лазерного импульса. Лазерный импульс с длиной волны $\lambda_0 = 0.8$ мкм имел длину $l_{\mathrm{L}} = 1 k_{\mathrm{p}}^{-1}$ ($\tau_{\mathrm{FWHM}} = 50$ фс), радиус $r_{\mathrm{L}} = 2.5 k_{\mathrm{p}}^{-1} \approx 64$ мкм, безразмерную

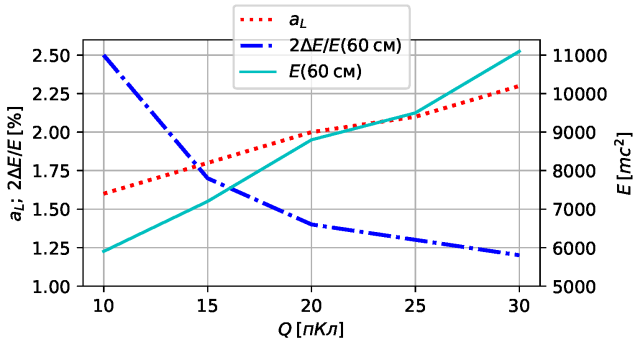


Рисунок 5. Зависимость от заряда сгустка оптимальной амплитуды лазерного импульса, а также энергии и разброса по энергии сгустка электронов после 60 см кильватерного ускорения этого сгустка.

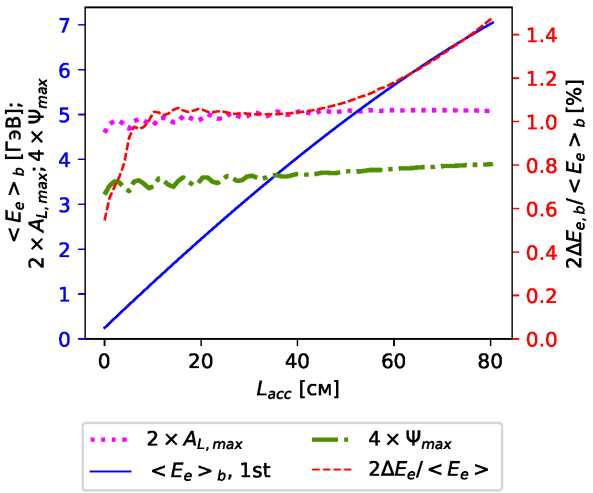


Рисунок 6. Зависимость от длины ускорения параметров сгустка, а также амплитуды лазерного импульса и кильватерного потенциала при $a = 2.3$.

амплитуду $a = 1.6$–2.3, что соответствует пиковой интенсивности $I_{\mathrm{L}} = (5.5$–$11.3) \times 10^{18}$ Вт/см^2, пиковой мощности $P_{\mathrm{L}} = 350$–720 ТВт, $P_{\mathrm{L}}/P_{\mathrm{cr}} = 0.52$–$1.07$, и суммарной энергии лазерного импульса $\mathcal{E}_{\mathrm{L}} = 13.2$–$27.3$ Дж. В данном случае были взяты параметры сгустка, обсуждаемые в проекте EuPRAXIA [12] (стр. 3833): заряд — $Q_{\mathrm{b}} = 10$–30 пКл, энергия инжекции — $\mathcal{E}_{\mathrm{inj}} = 481.6 m_{\mathrm{e}} c^2$, начальный разброс по энергии — $2\sigma_{\mathcal{E}_{\mathrm{inj}}}/\mathcal{E}_{\mathrm{inj}} = 0.54\%$, длина сгустка — $l_{\mathrm{b,\,inj}} = 2\sigma_{\mathrm{z}} = 2.25$ мкм и нормализованный эмиттанс $\epsilon_{\mathrm{n}} = 1.3$ мм $\cdot$ мрад (рисунок 5).

На графике изображена зависимость оптимальной (с точки зрения относительного разброса по энергии после 60 см ускорения) амплитуды лазерного импульса, а также соответствующие разбросы по энергии и наборы энергии после 60 см ускорения. Точка инжекции менялась соответственно увеличению длины кильватерной волны и подбиралась по подобию того, как это было сделано на рисунке 4. Как видно на графике, при большей амплитуде лазерного импульса, а, следовательно, и большей амплитуде ускоряющего поля возможно увеличение заряда ускоряемого сгустка и темпа набора энергии. Также вместе с увеличением амплитуды лазерного импульса уменьшается разброс по энергии.

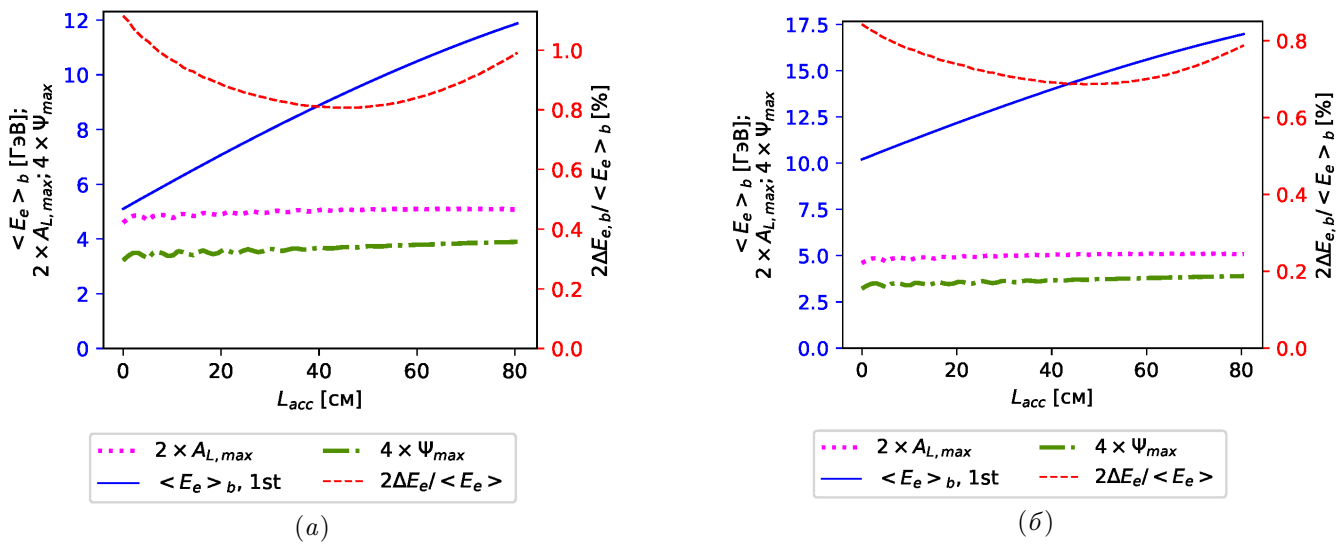


Рисунок 7. Зависимость от длины ускорения параметров сгустка, а также амплитуды лазерного импульса и кильватерного потенциала в последующих стадиях ускорения.

Так как целью данной работы была демонстрация возможности кильватерного ускорения сгустка с зарядом порядка $Q_\mathrm{b} = 30$ пКл, то, исходя из полученных результатов, для этого была выбрана амплитуда лазерного импульса $a = 2.3$ (рисунок 6). Как видно на графиках, такой способ ускорения позволяет достигать прироста энергии около 5 ГэВ на длине 50 см с хорошим разбросом по энергии на уровне 1% без увеличения нормализованного эмиттанса сгустка.

4. ПОСЛЕДУЮЩИЕ СТАДИИ УСКОРЕНИЯ

В данной работе также исследовалась возможность использования данного способа ускорения электронов в многостадийных установках для достижения энергий вплоть до ТэВ. Для этого из предыдущего моделирования были взяты параметры сгустка в момент достижения им энергии 10 000 mc^2: длина сгустка осталась без изменений — $l_\mathrm{b,inj} = 2\sigma_\mathrm{z} \approx 2.25$ мкм, радиус уменьшился до $r_\mathrm{b} \approx 0.75$ мкм, эмиттанс остался без изменений на уровне $\epsilon_\mathrm{n} \approx 1.3$ мм · мрад. Разброс по энергии $2\Delta\mathcal{E}_\mathrm{b}/\mathcal{E}_\mathrm{b}$ достиг значения 1.1%. Параметры плазмы и лазерного импульса остались без изменений. Результаты этого моделирования можно видеть на рисунке 7.

Как видно, данный метод ускорения электронов можно использовать в многостадийных установках без негативного влияния на параметры ускоряемого электронного сгустка: его эмиттанс практически не меняется в процессе последующего ускорения, а также разброс по энергии остается в пределах $< 1\%$, что является очень хорошим результатом. Также стоит отметить, что получаемые после ускорения параметры электронного сгустка слабо чувствительны к точке инжекции в том смысле, что при колебании времени синхронизации между лазерным импульсом и ускоряемым сгустком в пределах ≈ 3 фс (при данных параметрах) получаемые электронные сгустки будут практически идентичны по своим параметрам.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен процесс ускорения заряженных частиц в кильватерной волне плазмы, возбуждаемой лазерным импульсом.

Показано, что в случае достаточно большого заряда пучка (∼пКл), теоретическая оценка, полученная из рассмотрения одномерной линейной задачи, перестает работать. Предложены способы увеличения ускоряемого заряда и уменьшение разброса по энергии при его ускорении. Продемонстрирована возможность использования метода ускорения, основанного на этих предложениях, в многостадийных плазменных ускорителях частиц с темпом ускорения ≈ 10 ГэВ/м и результирующим разбросом по энергии $< 1\%$ для пучков с зарядом ≈ 30 пКл.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Государственное задание № 075-00269-25-00 от 26.12.2024 г.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gonsalves A J *et al* 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 084801
2. Katsouleas T 2004 *Plasma Physics and Controlled Fusion* **46** B575–B582
3. Leemans W and Esarey E 2009 *Physics Today* **62** 44–49
4. Steinke S *et al* 2016 *Physics of Plasmas* **23** 056705
5. Andreev N E and Kuznetsov S V 2003 *Plasma Physics and Controlled Fusion* **45** A39–A57
6. Kuznetsov S V 2016 *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **123** 169–183
7. Pugacheva D V and Andreev N E 2016 *Quantum Electronics* **46** 88–93
8. Katsouleas T C, Wilks S, Chen P, Dawson J M and Su J J 1987 *Part. Accel.* **22** 81–99
9. Rechatin C, Davoine X, Lifschitz A, Ismail A B, Lim J, Lefebvre E, Faure J and Malka V 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 194804

10. Grebenyuk J, Mehrling T, Tsung F S, Floettman K and Osterhoff J 2012 *AIP Conference Proceedings* **1507** 688–692
11. Svystun E *et al* 2018 *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **909** 90–94
12. Assmann R W *et al* 2020 *The European Physical Journal Special Topics* **229** 3675–4284
13. Mora P and Antonsen Jr T M 1997 *Physics of Plasmas* **4** 217–229
14. Lotov K V 1998 *Physics of Plasmas* **5** 785–791
15. Huang C, Decyk V, Ren C, Zhou M, Lu W, Mori W, Cooley J, Antonsen T and Katsouleas T 2006 *Journal of Computational Physics* **217** 658–679
16. Li F, An W, Decyk V K, Xu X, Hogan M J and Mori W B 2021 *Computer Physics Communications* **261** 107784
17. Morshed S, Antonsen T M and Palastro J P 2010 *Physics of Plasmas* **17** 063106
18. Andreev N, Baranov V and Matevosyan H 2017 *Laser and Particle Beams* **35** 569–573
19. Andreev N and Kuznetsov S 2000 *IEEE Transactions on Plasma Science* **28** 1211–1217