Численное моделирование электровихревых течений в полусферической ванне, возбуждаемых переменным током

П. И. Поляков[1], И. О. Тепляков[1], Д. А. Виноградов[1], С. М. Юдин[1,2] и Ю. П. Ивочкин[1]

[1] Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

[2] Московский энергетический институт (технический университет), Красноказарменная ул., 14, Москва 111250, Россия

E-mail: paul.ingvarsson@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 21 ноября 2024 г.

Аннотация. Электровихревые течения (ЭВТ) — явления магнитной гидродинамики, возникающие при воздействии на жидкометаллическую среду сил Ампера, являющихся следствием взаимодействия протекающих или индуцирующихся неоднородных по пространству электрических токов в среде и магнитных полей. Главным применением ЭВТ являются процессы электромагнитных перемешивания и переплава металлических расплавов. В настоящей работе рассмотрено численное моделирование электровихревых течений в полусферической ванне, возбуждаемых переменным электрическим током в отсутствие внешнего магнитного поля. Получены данные о структуре ЭВТ при пропускании переменного тока через среду. Приведено сравнение с данными, полученными при постоянном токе.

1. ВВЕДЕНИЕ

Электровихревые течения (ЭВТ) возникают в проводящих средах (например, расплавах металлов) под влиянием электромагнитной силы $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}$, появляющейся при взаимодействии проходящего через среду неоднородного электрического тока $\boldsymbol{j}$ с магнитными полями $\boldsymbol{B}$ (как созданного самим током, так и внешних).

В настоящее время ЭВТ при воздействии постоянного тока изучены достаточно подробно. Рассмотрены такие практические применения как металлургия и технология сварки [1–3], аккумуляция энергии в жидкометаллических батареях [4–11]. Характеристикам ЭВТ посвящены работы [12, 13] в контексте применения в практических установках, рабочий участок которых представляет собой полусферическую или приближенную к полусферической геометрию. В монографии [14] рассмотрен случай растекания электрического тока от точечного электрода, расположенного на непроводящей поверхности, по сферическому радиусу. В статьях [15, 16] теоретически получены линии тока осесимметричного ЭВТ в полусферическом контейнере под действием растекающегося от точечного источника электрического тока. Дальнейшим развитием теоретического исследования ЭВТ в полусферической геометрии является статья [17], в которой рассмотрено аналитическое решение стационарной задачи с наличием полусферического электрода конечного размера в стоксовом и электродинамическом приближениях. В ОИВТ РАН проведены работы [18–21], в которых исследованы вопросы ЭВТ, касающиеся общего понимания данного явления. В работах [22, 23] исследованы структуры ЭВТ в цилиндрической и полусферической ваннах при наличии внешнего осевого магнитного поля, приводящего к изменению структуры ЭВТ.

Исследованиям ЭВТ при переменном токе посвящено значительно меньше работ, чем при постоянном. На практике применяются электродуговые и электрошлаковые металлургические печи переменного тока промышленной и пониженной частоты [24]. В приведенной работе сказано, что применение тока пониженной частоты привело к улучшению качества выпускаемого металла за счет более качественного перемешивания расплава. Отмечено, что наиболее интенсивное перемешивание и наименьшие потери в металлургической печи переменного тока, связанные с разливкой и испарением 45%-ного ферросилиция, происходит при частоте тока в диапазоне 0.02–0.2 Гц. В диссертации [25] рассмотрена задача о пропускании переменного тока при протекании расплава между двумя полубесконечными плоскими пластинами. Получено, что при увеличении частоты электрического тока происходит уплощение профиля скорости за счет образования вторичных локальных ЭВТ на границах областей с разной электропроводностью.

Учитывая практическую и фундаментальную значимость ЭВТ, возбуждаемых переменным током, в настоящей работе проводилось численное моделирование полей электромагнитных величин и скорости в полусферической емкости.

2. РАСЧЕТНАЯ МЕТОДИКА

На рисунке 1 представлена расчетная область, состоящая из четырех зон. Электрический ток через верхний токоподвод *2* пропускается через расплав In-Ga-Sn *1* (свойства приведены в таблице 1), а затем отводится через *3*. К верхней границе *2* извне подводится электрический ток, имеющий синусоидальную форму по времени ($I(t) = I_0 \cos(\omega t)$). На нижней границе *3* установлено условие нулевого потенциала ($\Phi = 0$). На стенках электродов расплава проскальзывание отсутствует ($\boldsymbol{u} = 0$), а на открытой поверхности расплава, граничащей с воздухом *4*, отсутствует только нормальная составляющая скорости ($\boldsymbol{u}_n = 0$).

Расчеты проводились при амплитудном значении тока $I_0 = 250$ А и частоте f, варьировавшейся от 0.1 до 50 Гц с шагами 0.1; 1 и 10 Гц, пропорциональными значениям рассматриваемых частот.

Задача решена с использованием расчетного кода COMSOL 6.1 [27], использующего в вычислениях метод конечных элементов. Расчетная сетка расплава

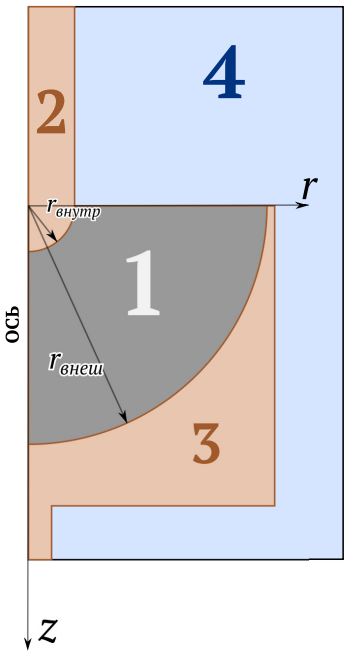

Рисунок 1. Расчетная область. 1 — расплав; 2 — верхний токоподвод; 3 — цилиндрический электрод; 4 — воздух.

Таблица 1. Свойства эвтектического расплава In-Ga-Sn согласно [26] (*1* на рисунке 1)

Параметр	Значение
Плотность (при 25 °C), кг/м^3	6492.12
Кинематическая вязкость (при 25 °C), м^2/с	4.7×10^{-7}
Удельная проводимость, См/м	3.3×10^6

(рисунок 2) состоит из 17922 ячеек, включающих в себя треугольные элементы и пограничные слои (пять слоев из четырехугольных элементов у стенок и открытой поверхности расплава).

Использована следующая схема решения задачи. На первом этапе рассчитывается электромагнитная задача, результатом решения которой являются поля магнитного поля $\boldsymbol{B}$ и плотности электрического тока $\boldsymbol{j}$. На основании полученных данных на втором этапе вычисляются поля скорости расплава $\boldsymbol{u}$. Задача рассчитана для пяти периодов колебания электрического тока. Перед решением нестационарной задачи рассчитаны поля $\boldsymbol{j}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{u}$ ЭВТ при соответствующем значении пропускаемого постоянного тока I_0 в стационарной постановке.

Приняты следующие допущения:

1. Расчетная область осесимметричная в цилиндрической системе координат;
2. Использованы уравнения электромагнитного поля в низкочастотном приближении (токи смещения не учитываются);
3. Физические свойства (плотность, вязкость, электропроводность, электрическая и магнитная проницаемость) изотропны и постоянны, независимы от температуры;
4. В расплаве отсутствовали свободные электрические заряды;
5. Среда немагнитная: $\mu = 1$.

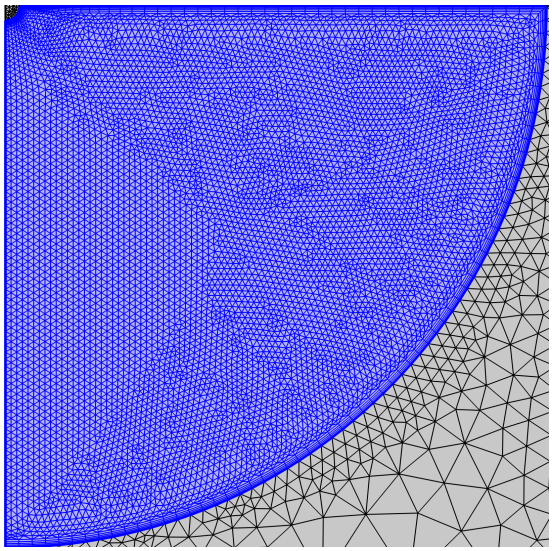

Рисунок 2. Расчетная сетка области расплава.

Решены уравнения электромагнетизма (1–5) и уравнения движения несжимаемой жидкости (6–7). Движение расплава представлено в виде уравнения Навье–Стокса с использованием k-ω-модели турбулентности [28]. Движение воздуха не учитывалось.

Уравнения электромагнетизма:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{j} = 0; \tag{1}$$

$$\boldsymbol{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \boldsymbol{B}; \tag{2}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}; \tag{3}$$

$$-\nabla \Phi - \frac{\partial A}{\partial t} = \boldsymbol{E}; \tag{4}$$

$$\boldsymbol{j} = \sigma(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{B}). \tag{5}$$

Уравнения гидродинамики:

$$\rho \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u} \right) = -\nabla p + \mu \Delta \boldsymbol{u} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{A}}; \tag{6}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0. \tag{7}$$

Электромагнитная сила (сила Ампера) имеет вид:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{A}} = \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}. \tag{8}$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате выполненных расчетов получены следующие данные о структуре ЭВТ при воздействии переменного тока. При постоянном токе в полусферической ванне ЭВТ представляет собой одиночный тороидальный вихрь, течение которого на оси направлено от верхнего токоподвода вниз. При переменном токе в отсутствие внешних магнитных полей тороидальный вихрь сохраняется, при этом в подэлектродной струе с частотой $2f$ образуются области колебаний скорости расплава.

Распространение областей колебаний скорости представлено на графиках профилей скорости в относительные моменты времени $\tilde{t} = 0.0, 0.1 \ldots 1.0$, взятые на последнем, пятом, колебании электрического тока.

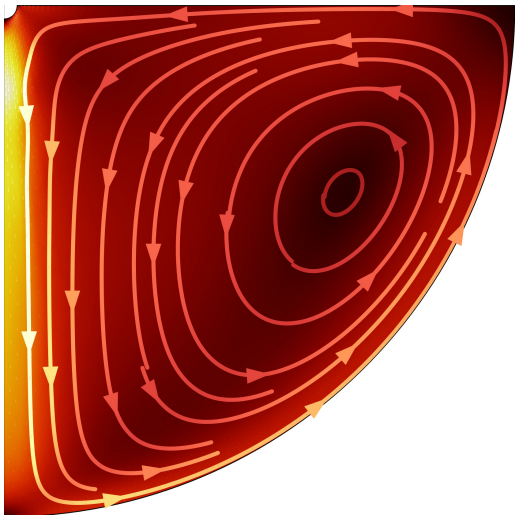

Рисунок 3. Вихрь ЭВТ при частоте 2 Гц.

На рисунке 4 представлены раскадровки профилей скорости при частотах 0.5, 1 и 50 Гц. При увеличении частоты электрического тока область колебаний скорости уменьшается по глубине. При частоте тока порядка ~ 0.1 Гц область колебаний занимает всю глубину полусферической ванны, при порядке ~ 1 Гц глубина области уменьшается до слоя порядка единиц сантиметров. При ~ 10 Гц наблюдается уплощение профиля $u_z(z)$.

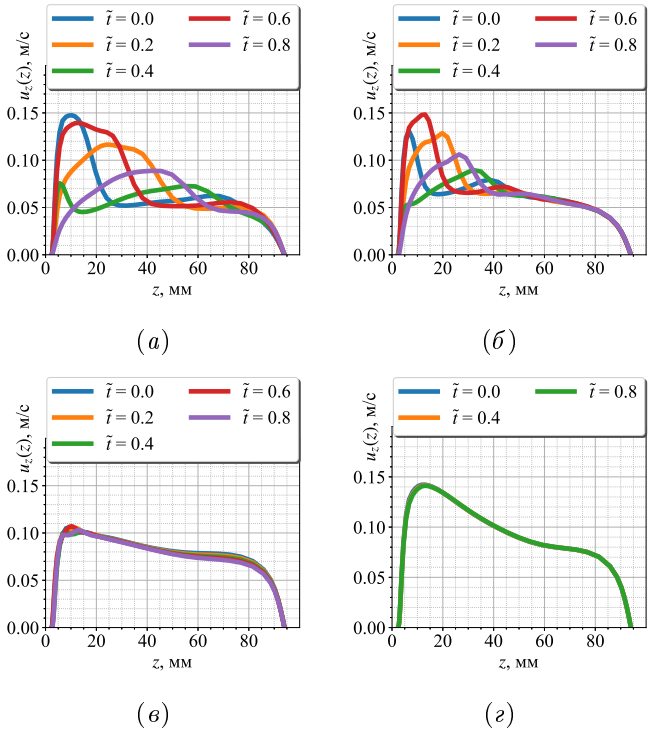

Рисунок 4. Раскадровка профиля осевой скорости при частотах (*а*) — 0.5 Гц, (*б*) — 1 Гц, (*в*) — 5 Гц и (*г*) — 50 Гц.

Характеристики поведения областей колебания скорости в подэлектродной струе также даны на осциллограммах, представленных на рисунке 5.

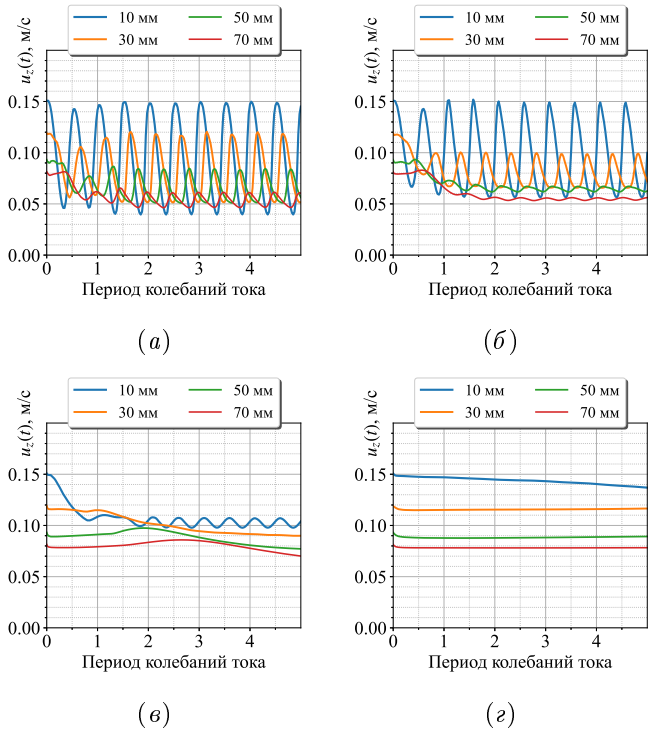

Рисунок 5. Осциллограмма $u_z(t)$ (*а*) — 0.5 Гц, (*б*) — 1 Гц, (*в*) — 5 Гц и (*г*) — 50 Гц.

Для определения зоны колебаний в подэлектродной струе выполнена оценка толщины скин-слоя пропускаемого тока по формуле (9):

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \mu \pi f \sigma}}, \tag{9}$$

где μ_r — относительная магнитная проницаемость среды; f — частота пропускаемого тока в Гц.

Согласно проведенной оценке, скин-слой достигает масштабов установки лишь при частоте электрического тока 9 Гц. Однако в результате расчета получены сложные конфигурации протекающего тока (рисунок 6(*б*, *в*, *г*)). Скин-слой явно проявился при частоте 8 Гц, а эффекты искажения линий электрического тока наблюдаемы с частоты 4 Гц. В полусферической геометрии скин-слой с увеличением частоты приобретает ступенчатую форму с дальнейшим уплощением и утончением.

На рисунке 7 показана характеристика $u_z(f)$. Жирной линией показаны средние значения, заключенные между максимальным и минимальным значениями скорости при данной частоте тока f на установленной глубине $z = 10, 20 \ldots 90$ мм. Соответствующим светлым оттенком закрашены области колебаний. Видно, что с увеличением частоты растут средние скорости, колебания при этом практически исчезают. Зафиксировано интересное явление роста скорости на малых глубинах при частотах ≥ 10 Гц.

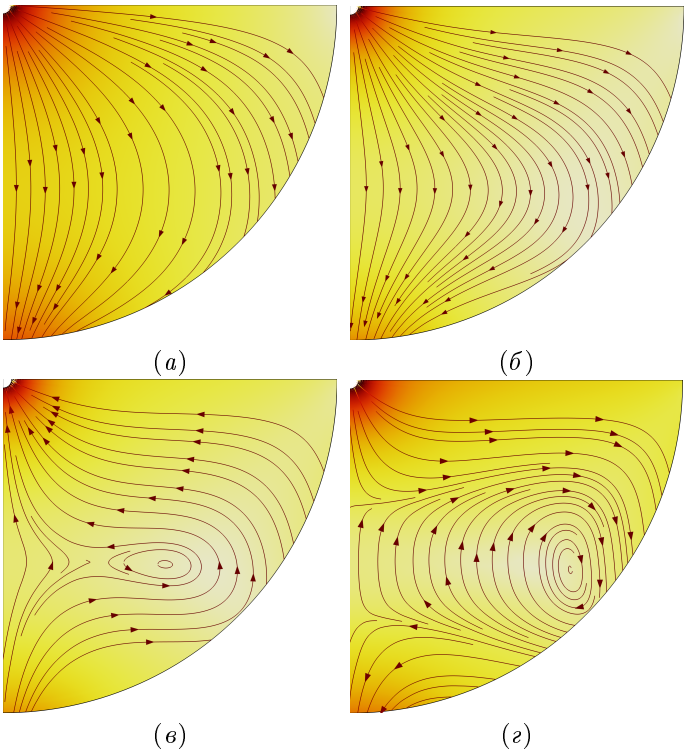

Рисунок 6. Протекание (*а*) — постоянного тока, (*б*) — переменного тока частотой 4 Гц, (*в*) — переменного тока частотой 8 Гц и (*г*) — переменного тока частотой 20 Гц.

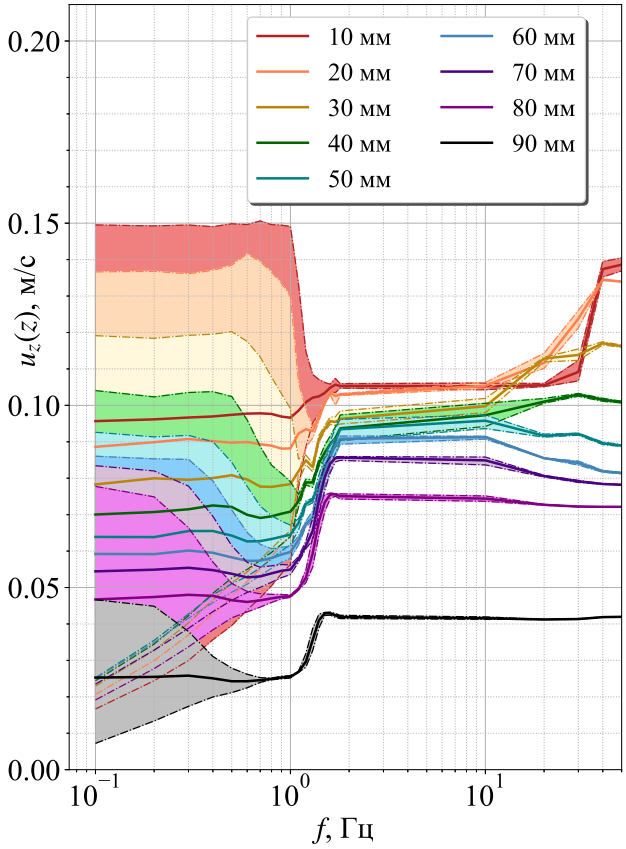

Рисунок 7. Зависимость осевой составляющей скорости от частоты

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено численное моделирование расчетным кодом COMSOL 6.1 осесимметричного ЭВТ под действием переменного электрического тока, пропускаемого через среду жидкого расплава In-Ga-Sn в медной полусферической ванне через верхний токоподвод.

Получены следующие результаты:

1. Структура поля скорости ЭВТ в переменном токе схожа с вихрем при подводе постоянного тока. Изменяется характер подэлектродной струи, в которой образуются области колебаний скорости.
2. С увеличением частоты амплитуда колебаний осевой составляющей скорости уменьшается.
3. Возрастает средняя скорость течения в подэлектродной струе на глубинах $z = 10 \ldots 30$ мм при частотах ≥ 10 Гц.

В дальнейшем требуется проведение верификационных экспериментов на установке, описанной в [18], в которой вместо источника постоянного тока требуется использовать генератор синусоидального тока с варьируемой частотой (0.1 Гц и выше).

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (Государственное задание № 075–00269–25–00).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копман Я Ю и Щербинин Э В 1989 *Электрошлаковые сварка и плавка с управляемыми МГД-процессами* (Москва: Машиностроение)
2. Повх И Л, Капуста А Б и Чекин Б В 1974 *Магнитная гидродинамика в металлургии* (Москва: Металлургия)
3. Патон Б Е и Медовар Б И 1981 *Электрошлаковый металл* (Киев: Наукова думка)
4. Kelley D and Weier T 2017 *Applied Mechanics Reviews* **70** 020801–01–020801–23
5. Herreman W, Nore C, Ziebell Ramos P, Cappanera L, Guermond J L and Weber N 2019 *Phys. Rev. Fluids* **4** 113702
6. Herreman W, Bénard S, Nore C, Personnettaz P, Cappanera L and Guermond J L 2020 *Phys. Rev. Fluids* **5** 074501
7. Herreman W, Nore C, Cappanera L and Guermond J L 2021 *Journal of Fluid Mechanics* **915** A17
8. Herreman W, Wierzchalek L, Horstmann G, Cappanera L and Nore C 2023 *Journal of Fluid Mechanics* **962** A6
9. Nore C, Cappanera L, Guermond J L, Weier T and Herreman W 2021 *Physical Review Letters* **126** 184501
10. Weber N, Nimtz M, Personnettaz P, Weier T and Sadoway D 2020 *Journal of Power Sources Advances* **1** 100004
11. Weier T, Bund A, El-Mofid W, Horstmann G M, Lalau C C, Landgraf S, Nimtz M, Starace M, Stefani F and Weber N 2017 *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* **228** 012013
12. Ячиков И М 2009 Математическое моделирование электровихревых течений и тепломассопереноса в токонесущих расплавах металлургических агрегатов *Диссер-*

тация на соискание ученой степени доктора технических наук (Магнитогорск: Южно-Уральский государственный университет)
13. Хрипченко С Ю *Электровихревые течения в каналах МГД-устройств: монография* (Екатеринбург: УрО РАН)
14. Бояревич В В, Фрейберг Я Ж, Шилова Е И и Щербинин Э В *Электровихревые течения* (Рига: Зинатне)
15. Lundquist S 1969 *Ark. Fys.* **40** 89–95
16. Sozou C and Pickering W M 1976 *Journal of Fluid Mechanics* **73** 641–650
17. Малышев К Ю, Михайлов Е А и Тепляков И О 2022 *Журнал вычислительной математики и математической физики* **62** 1187–1199
18. Тепляков И О 2013 Исследование структуры электровихревого течения жидкого металла в полусферической полости *Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук* (Москва: Национальный исследовательский университет МЭИ)
19. Ивочкин Ю П 2015 Исследование механизмов термогидродинамических и МГД-процессов с жидкометаллическими рабочими телами *Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук* (Москва: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет "МЭИ")
20. Жилин В Г, Ивочкин Ю П и Тепляков И О 2011 *ТВТ* **49** 957–960
21. Ивочкин Ю П, Тепляков И О, Гусева А А, и Протоковилов И В, Виноградов Д А и Токарев Ю Н 2014 Экспериментальное и численное исследование влияния магнитного поля на процесс плавления эвтектического сплава In-Ga-Sn *Труды Шестой Российской национальной конференции по теплообмену* (Москва: Издательский дом МЭИ) с. 351–354
22. Abdi M, Karimi-Sibaki E, Sommitsch C, Barati H, Al Nasser M, Wu M, Teplyakov I and Kharicha A 2024 *International Journal of Thermofluids* **23** 100721
23. Kharicha A, Al Nasser M, Barati H, Karimi-Sibaki E, Vakhrushev A, Abdi M, Ludwig A and Wu M 2022 *European Journal of Mechanics - B/Fluids* **94**
24. Нехамин С М 2015 Создание и внедрение энергоэффективных дуговых и шлаковых электропечных комплексов с использованием постоянного тока и тока пониженной частоты *Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук* (Москва: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет "МЭИ")
25. Чудновский А Ю 1988 Моделирование гидродинамических процессов в токонесущих расплавах электроагрегатов *Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук* (Рига: Ин-т механики сплошных сред УО АН СССР)
26. Похоренко В Я, Ратушняк Е А, Стаднык Б И, Лах В И и Коваль А М 1970 *ТВТ* **2** 374–378
27. Comsol I 2025 Comsol - software for multiphysics simulation URL https://www.comsol.com
28. Wilcox D C 2008 *AIAA Journal* **46** 2823–2838