Термодинамический критерий нейтральной устойчивости ударных волн в релятивистской и классической гидродинамике

А. В. Конюхов

Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

E-mail: `konyukhov_av@mail.ru`

Статья поступила в редакцию 30 сентября 2023 г.

Аннотация. Показано, что критерий Конторовича нейтральной устойчивости релятивистских ударных волн (релятивистский аналог критерия Дьякова—Конторовича в классической гидродинамике), после исключения производной вдоль ударной адиабаты Тауба—Гюгонио с использованием соотношений на релятивистском ударно-волновом разрыве, сводится к ограничению на изоэнтальпийную производную внутренней энергии по удельному объему в системе покоя: $p > (\partial\varepsilon/\partial v)_w > p_0$. Индекс 0 относится к начальному состоянию, а величины без индекса — к состоянию за фронтом ударной волны. Термодинамическая формулировка позволяет выполнять проверку критерия без анализа ударной адиабаты. Приведены примеры такой проверки для ударных волн в идеальном релятивистском газе и кварк-глюонной плазме, даны эквивалентные термодинамические формулировки для анализа устойчивости ударных волн на основе различных данных. `https://doi.org/10.33849/2024106`

1. ВВЕДЕНИЕ

Линейная теория устойчивости ударных волн в средах с произвольными термодинамическими свойствами выделяет диапазон параметров ударной волны, в котором, в рамках анализа линеаризованной задачи для уравнений, описывающих эволюцию возмущений, последние не растут и не затухают. Поток энергии акустической составляющей вторичных волн в этом случае направлен от ударной волны в сторону ударно-сжатого вещества, т.е. ударная волна является источником вынужденного, если имеет место нелинейная устойчивость, или спонтанного (в противном случае) излучения звука. Для обозначения этого диапазона в литературе используются термины: неустойчивость Дьякова—Конторовича, спонтанное излучение звука ударной волной, нейтральная устойчивость ударной волны (в рамках линейной теории). С выполнением условий нейтральной устойчивости связывают сложное поведение ударных волн, состоящее в аномально медленном затухании возмущений и связанной с этим неоднородностью параметров (энтропии, завихренности, давления) за ее фронтом. Генерация такой ударной волной энтропийных и вихревых возмущений обусловлена наличием участков с различной интенсивностью и кривизной. С изломами поверхности ударной волны (узловыми линиями трехволновой конфигурации) связаны вихревые поверхности, разделяющие области с различной энтропией. Взаимодействие встречных вторичных волн приводит к формированию вихревых пар.

Впервые анализ устойчивости относительно малых двумерных возмущений нерелятивистской ударной волны в среде с произвольными термодинамическими свойствами, был выполнен С. П. Дьяковым [1] с использованием метода нормальных мод и позднее уточнен В. М. Конторовичем [2]. В рамках проведенного исследования были получены критерии неустойчивости ударной волны, связывающие безразмерную производную вдоль ударной адиабаты $L = j^2(\partial V/\partial p)_H$, где производная берется вдоль ударной адиабаты, j — плотность потока массы через поверхность ударной волны, число Маха течения за фронтом ударной волны (M) и степень сжатия вещества в ударной волне (V_0/V):

$$L < -1 \quad \text{или} \quad L > 1 + 2\mathrm{M} \quad \text{(неустойчивость)}, \tag{1}$$

$$L > \frac{1 - \mathrm{M}^2(1 + V_0/V)}{1 - \mathrm{M}^2(1 - V_0/V)} \quad \text{(нейтральная устойчивость)}. \tag{2}$$

Впоследствии эти условия были вновь получены на основе более общего математического подхода [3]. В работе Конторовича [4] анализ был обобщен на случай релятивистской гидродинамики и получена релятивистская формулировка критериев устойчивости, которые в нерелятивистском пределе переходят в (1) и (2). В [5] введен релятивистский аналог параметра L и предложена формулировка критериев устойчивости ударной волны, полученных в [4], посредством этого параметра.

До настоящего времени выполнение (2) фиксировалось для ударных волн в металлах [6–8], в условиях неравновесной ионизации в газах [9, 10], в реальном газе [11–13]. Установлено выполнение этого условия в горячей плазме углерода, кремния, алюминия, ниобия [14], в неадиабатических условиях при протекании реакций [15, 16]. В большинстве случаев (см., например, [6–10, 12]) реализация условия обнаруживалась в результате непосредственной проверки выполнения (2) на ударной адиабате. Такой подход не дает общей картины влияния термодинамических свойств среды на реализуемость условий нейтральной устойчивости ударной волны и затрудняет анализ того, какие термодинамические факторы способствуют выполнению этого условия, а какие, напротив, способствуют устойчивости ударной волны.

Впервые, на тот факт, что условие нейтральной устойчивости ударной волны, после исключения из него параметра L с использованием соотношений на ударно-волновом разрыве, существенно упрощается, было показано в [17] для случая нерелятивистской ударной волны. Позднее, устойчивость релятивистских ударных волн в линейном приближении была повторно исследована в [18, 19] на основе метода, аналогичного [3]. Исследование условий корректности смешанной задачи для уравнений, описывающих эволюцию возмущений привело авторов к формулировке критерия нейтральной устойчивости ударной волны в виде ограничения на производные уравнения состояния [19]. Руссо на основе полученного результата теоретически показал выполнение этого критерия в газе Ван-дер-Ваальса [11].

Термодинамический критерий является удобным инструментом для анализа реализуемости нейтрально устойчивых ударных волн в рамках релятивистской и классической гидродинамики. В разделе 2 термодинамическая формулировка критерия нейтральной устойчивости релятивистской ударной волны в виде ограничения на изоэнтальпийную производную внутренней энергии по удельному объему выводится непосредственно из условия, полученного Конторовичем в [4]. В разделе 3 приведены примеры применения термодинамического критерия для оценки реализуемости нейтральной устойчивости ударных волн в средах с различными уравнениями состояния. Даны эквивалентные формулировки критерия для анализа его выполнения на основе различных данных. Затем, показано, что в термодинамической формулировке критерий нейтральной устойчивости ударных волн одинаково записывается в релятивистском и в нерелятивистском случае и показана связь с формулировкой, полученной в [11].

2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ НЕЙТРАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ УДАРНЫХ ВОЛН

Критерий нейтральной устойчивости релятивистской ударной волны в рамках специальной теории относительности впервые получен Конторовичем на основе исследования устойчивости методом нормальных мод. Результат представлен в системе отсчета, связанной с ударно-волновым разрывом, с использованием системы единиц, в которой в качестве масштаба скорости используется скорость света. Критерий сформулирован в виде следующей цепочки неравенств [4]:

$$-\frac{1}{u_y^2}\left(1+2\gamma\frac{u_y}{c}\right) < \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_H < -\frac{1}{u_y^2}\frac{1-\mathrm{M}^2-(1+2u_y^2)\,\mathrm{M}^2/(u_y^2\alpha)}{1-\mathrm{M}^2+\mathrm{M}^2/(u_y^2\alpha)}. \quad (3)$$

Здесь $u_y = \gamma v$ — компонента 4-вектора скорости за фронтом ударной волны, нормальная к поверхности ударной волны; v — соответствующая компонента гидродинамической скорости; $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2}$; $\mathrm{M} = v/c$ — число Маха течения за фронтом ударной волны; c — скорость звука в релятивистской гидродинамике (см., например, [20]): $c^2 = (\partial p/\partial e)_S$, где S — удельная энтропия; e — плотность внутренней энергии; p — давление; $h = e + p$ — плотность энтальпии; $\alpha = [h]/[p] - 2$, где квадратные скобки обозначают скачок соответствующей величины на ударно-волновом разрыве; производная $(\partial h/\partial p)_H$ берется вдоль ударной адиабаты Тауба—Гюгонио [21]:

$$h_0^2V_0^2 - h^2V^2 + (p-p_0)(h_0V_0^2 + hV^2) = 0, \quad (4)$$

здесь и далее индекс 0 относится к состоянию перед ударной волной, V — удельный объем в связанной системе отсчета. В зависимости от рассматриваемой системы удельные величины приходятся на частицу, единицу барионного числа или единицу массы.

Левое неравенство в (3) для определения границы нейтральной устойчивости ударной волны не существенно, поскольку участок неустойчивости

$$-\frac{1}{u_y^2}\left(1+2\gamma\frac{u_y}{c}\right) > \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_H, \quad (5)$$

соответствующий экспоненциальному росту возмущений, на ударной адиабате всегда перекрывается областью структурной неустойчивости или метастабильного поведения ударной волны. Интерес представляет правое неравенство, т.к. оно определяет границу области устойчивых ударных волн и области нейтральной устойчивости. Рассмотрим условия, которым должно удовлетворять уравнение состояния вещества, чтобы в нем были возможны ударные волны, отвечающие (3). Для этого преобразуем правое неравенство (3), исключив производную вдоль ударной адиабаты и скорость, с использованием соотношений на релятивистском ударно-волновом разрыве. Запишем это неравенство в эквивалентном виде

$$\frac{1+u_y^2q}{2(1+u_y^2)} < \frac{1}{1+(\mathrm{M}^{-2}-1)u_y^2\alpha}, \quad (6)$$

где по определению

$$q = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_H,$$

и преобразуем отдельно левую и правую части (6). Согласно (4) приращения плотности энергии, давления и удельного объема вдоль ударной адиабаты Тауба—Гюгонио связаны соотношением

$$\frac{X_0}{X}dp + \frac{[p]-h}{X}dX = de, \quad (7)$$

где $X \equiv hV^2$. Используя соотношение на ударно-волновом разрыве (следствие релятивистского аналога соотношений Ренкина—Гюгонио, см. [21])

$$\frac{X_0}{X} = u_y^{-2}\frac{[p]}{h} + 1, \quad (8)$$

тождество $v^2 = u_y^2/(1+u_y^2)$, и вводя обозначения

$$g = \frac{[p]}{h} - 1,\ \bar{V}_p = \frac{h}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_e,\ \bar{V}_e = \frac{h}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial e}\right)_p, \quad (9)$$

получим выражение для левой части (6)

$$\frac{1+u_y^2q}{2(1+u_y^2)} = \frac{1+g(\bar{V}_pv^2-\bar{V}_e)}{1+g(\bar{V}_pc^2-\bar{V}_e)}. \quad (10)$$

Из соотношений на релятивистском ударно-волновом разрыве следует выражение для параметра $alpha$:

$$\alpha = \frac{1 - [p]/h}{u_y^2 + [p]/h}. \tag{11}$$

С учетом (11) правая часть (6) приводится к виду

$$\frac{1}{1 + (\mathrm{M}^{-2} - 1)u_y^2\alpha} = \frac{1 + g(1 - v^2)}{1 + g(1 - c^2)}. \tag{12}$$

После подстановки преобразованного выражения (10) и (12) в (6) имеем

$$\frac{1 + g(\bar{V}_p v^2 - \bar{V}_e)}{1 + g(\bar{V}_p c^2 - \bar{V}_e)} < \frac{1 + g(1 - v^2)}{1 + g(1 - c^2)}. \tag{13}$$

Из соотношения для квадрата скорости звука $c^2 = -(1 + \bar{V}_e)/\bar{V}_p > 0$, ограничения на параметр g, которое следует из соотношений на ударно-волновом разрыве: $-1 < g < -1/2$, принципа причинности $c < 1$, и условия эволюционности ударно-волнового разрыва $v < c$, следует, что знаменатель правой части (13) положителен, а знак знаменателя левой части неравенства противоположен знаку $\bar{V}_p$. После приведения к общему знаменателю, деления на g, $\bar{V}_p$ и $v^2 - c^2$, приходим к неравенству, эквивалентному (13),

$$[p]\left(1 - \bar{V}_e/\bar{V}_p\right) > hc^2. \tag{14}$$

С учетом тождества

$$1 - \bar{V}_e/\bar{V}_p = w_\varepsilon|_V,$$

где

$$w_\varepsilon|_V = \left(\frac{\partial w}{\partial \varepsilon}\right)_V,$$

$\varepsilon = Ve$ — внутренняя энергия, $w = \varepsilon + pV$ — энтальпия, (14) принимает вид

$$hc^2 - w_\varepsilon|_V[p] < 0. \tag{15}$$

Условие (15) равносильно критерию нейтральной устойчивости ударной волны в формулировке Конторовича. Термодинамическое тождество

$$w_e|_V(\varepsilon_V|_w + p) = hc^2,$$

доказательство которого дано в приложении, можно записать в виде

$$w_e|_V(G + [p]) = hc^2, \tag{16}$$

где $G = \varepsilon_V|_w + p_0$. Выразив производную $w_\varepsilon|_V$ из (16), после подстановки в (15) получим эквивалентную запись условия нейтральной устойчивости ударной волны

$$\frac{G}{G + [p]}hc^2 < 0, \tag{17}$$

из которой следует, что условие нейтральной устойчивости выполняется тогда и только тогда, когда параметр G заключен в диапазоне $-[p] < G < 0$, что равносильно ограничению на производную внутренней энергии:

$$p > -\varepsilon_V|_w > p_0. \tag{18}$$

Левое неравенство в (18) равносильно условию $w_\varepsilon|_V > 0$, другая запись которого имеет вид $\Gamma > -1$, где Γ — параметр Грюнайзена:

$$\Gamma = V\, p_T|_V/\varepsilon_T|_V.$$

Невыполнение этого условия представляется экзотичным, хотя не противоречит законам термодинамики. В этих условиях силу критерия приобретает правое неравенство

$$-\varepsilon_V|_w > p_0, \tag{19}$$

которое чаще всего не выполняется, и выполнение которого в ограниченной области фазовой диаграммы означает реализуемость нейтральной устойчивости ударных волн. Условие нейтральной устойчивости выполняется при отрицательной производной в левой части (19) в первую очередь для ударных волн высокой интенсивности. Приведем ряд примеров.

3. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО КРИТЕРИЯ

Релятивистское уравнение состояния газа невзаимодействующих частиц [22],

$$w = \frac{K_3(1/(w - \varepsilon))}{K_2(1/(w - \varepsilon))}, \tag{20}$$

где K_2 и K_3 — модифицированные функции Бесселя второго рода, второго и третьего порядка, не допускает выполнение (19) в силу того, что левая часть неравенства равна нулю. Аналогично уравнения состояния ультрарелятивистского газа, излучения, нерелятивистского идеального газа, а также любое калорическое уравнение состояния, связывающее энтальпию и внутреннюю энергию функциональной зависимостью вида $f(w, \varepsilon) = 0$, или в параметрической записи $pV = f(T)$, $\varepsilon = \varepsilon(T)$, допускают существование только устойчивых в рамках линейной теории [1–4] ударных волн. Одним из приложений релятивистской гидродинамики является моделирование ударного сжатия ядерной материи при столкновении релятивистских ядер в коллайдерах, приводящего к образованию кварк-глюонной плазмы и последующему ее расширению и адронизации. На этапе столкновения параметры кварк-глюонной плазмы оцениваются из соотношений на ударно-волновом разрыве и вопрос устойчивости ударной волны поднимался в литературе (см., например, [23–25]). Калорическое уравнение состояния кварк-глюонной плазмы в рамках модели мешков (M.I.T. bag model [26]), при выводе которого пренебрегается массой кварков, имеет вид

$$w = \frac{4}{3}(\varepsilon - BV), \tag{21}$$

где $B > 0$ — константа модели мешков. Следовательно, выполнение (3) для ударных волн с конечным состоянием в области фазовой диаграммы ядерного вещества, соответствующей кварк-глюонной плазме, невозможно, если влияние корректирующих поправок к (21) не превысит стабилизирующее влияние константы B.

Пусть уравнение состояния вещества задано в параметрической форме

$$p = p(V,T), \quad \varepsilon = \varepsilon(V,T). \tag{22}$$

Перейдем в (19) от переменных (V,w) к переменным (V,T). В результате, получим

$$(pV)_V|_T - \xi(Vp_V|_T + Tp_T|_V) > p_0, \tag{23}$$

где $\xi = 1/(1 + \varepsilon_T|_V/(Vp_T|_V))$. Необходимое условие реализуемости нейтральной устойчивости, соответствующее пределу ударных волн бесконечной интенсивности $(p_0 \to 0)$ в (23), может быть записано в виде

$$(pV)_V|_T c_V > Vp_T|_V \varepsilon_V|_T, \tag{24}$$

где $\varepsilon_V|_T = Tp_T|_V - p$, $c_V = \varepsilon_T|_V$. Следовательно, для сред с положительным параметром Грюнайзена, что является наиболее распространенным случаем, при условии $(pV)_V|_T > 0$, независимость внутренней энергии от объема $\varepsilon = \varepsilon(T)$, либо отрицательность производной $\varepsilon_V|_T < 0$ означает безусловную (независимо от c_V) реализуемость нейтрально устойчивых ударных волн. В этом случае существует пороговая интенсивность ударной волны, выше которой критерий Дьякова—Конторовича выполняется. В оставшихся случаях реализуемость нейтральной устойчивости определяется величиной изохорной теплоемкости. И напротив, если $(pV)_V|_T < 0$, неотрицательность $\varepsilon_V|_T$, влечет устойчивость ударных волн в соответствии с этим критерием. Для ударных волн с конечным состоянием в двухфазной области фазового перехода первого рода $(pV)_V|_T > 0$ и факт нейтральной устойчивости определяется величиной $\varepsilon_V|_T$, которая связана с наклоном кривой фазового равновесия dp^s/dT в переменных (T,p): $\varepsilon_V|_T = T(dp^s/dT) - p^s$. На этих примерах мы видим, как свойство вынужденного или спонтанного излучения звука ударной волной одновременно с фактом ее нейтральной устойчивости в рамках линейной теории определяется по уравнению состояния без построения ударных адиабат и проверки критерия в его первоначальном виде.

В таблице 1 даны некоторые формулировки критерия нейтральной устойчивости ударной волны для различных данных о термодинамических свойствах среды.

Таблица 1. Формулировки критерия нейтральной устойчивости ударной волны для различных данных о термодинамических свойствах среды.

Критерий	Данные
$p > -\varepsilon_V\|_w > p_0$	$\varepsilon = \varepsilon(V,w)$
$w_p\|_v(p-p_0) > Vw_V\|_p$	$\varepsilon = \varepsilon(p,V)$, $w = w(p,V)$
$(1+\Gamma)(p-p_0) > c^2/V$	Γ — параметр Грюнайзена c — скорость звука
$(1-\xi)(pV)_V\|_T - \xi\varepsilon_V\|_T > p_0$ $\xi^{-1} = 1 + \varepsilon_T\|_v/(Vp_T)\|_V$	$p = p(V,T)$, $\varepsilon = \varepsilon(V,T)$
$c_V/R > \theta\,(\theta/(1-p_0/p) - 1)\,Z$, $\theta = d(\ln p_s)/d(\ln T)$, $Z = pV/(RT)$	Двухфазная область фазового перехода: $p = p_s(T)$ — давление на линии насыщения, c_V — теплоемкость при постоянном объеме

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Полученная в рамках более общей теории, форма записи (19) условия нейтральной устойчивости ударной волны одинаково справедлива для релятивистских и нерелятивистских ударных волн. В качестве иллюстрации этого утверждения выведем ее непосредственно из (2). Приращения переменных вдоль ударной адиабаты

$$\varepsilon - \varepsilon_0 + \tfrac{1}{2}(p+p_0)(V-V_0) = 0 \tag{25}$$

связаны соотношением

$$\varepsilon_V|_p dV + \varepsilon_p|_V dp + \frac{V-V_0}{2}dp + \frac{p+p_0}{2}dV = 0, \tag{26}$$

которое с учетом выражения для скорости звука и соотношений на ударно-волновом разрыве приводит к следующему выражению для параметра Дьякова:

$$\mathrm{L} = -1 + \frac{1-\mathrm{M}^2}{1 - \frac{1}{2}(p-p_0)/(p+\varepsilon_V|_p)}. \tag{27}$$

Так как, с другой стороны, (2) равносильно

$$\mathrm{L} > -1 + \frac{1-\mathrm{M}^2}{\frac{1}{2}\left(1 - \mathrm{M}^2(V-V_0)/V\right)}, \tag{28}$$

условие нейтральной устойчивости ударной волны можно записать в виде

$$\frac{1-\mathrm{M}^2}{1 - \frac{1}{2}(p-p_0)/(p+\varepsilon_V|_p)} > \frac{1-\mathrm{M}^2}{\frac{1}{2}\left(1 - \mathrm{M}^2(V-V_0)/V\right)}. \tag{29}$$

$\mathrm{M} < 1$, $V_0 > V$, следовательно, обе дроби положительны, и условие принимает вид:

$$\mathrm{M}^2\frac{V_0 - V}{V} > 1 - \frac{p-p_0}{p+\varepsilon_V|_p}. \tag{30}$$

С учетом (30) и равенств

$$\frac{c^2}{V^2} = \frac{p+\varepsilon_V|_p}{\varepsilon_p|_V}, \quad \mathrm{M}^2 = \frac{p-p_0}{V_0-V}\frac{V^2}{c^2}, \tag{31}$$

первое из которых следует из определения скорости звука, второе — из соотношений Ренкина—Гюгонио и определения числа Маха, имеем

$$(1 + V/\varepsilon_p|_V)[p] > c^2/V, \tag{32}$$

или

$$w_\varepsilon|_V [p] > c^2/V,$$

что является нерелятивистским аналогом (15). Используя полученное неравенство и нерелятивистский предел тождества (16)

$$w_\varepsilon|_V (G + [p]) = c^2/V,$$

имеем окончательно

$$p > -\varepsilon_V|_w > p_0.$$

Ожидаемо, приходим к тому же результату, который получен в рамках релятивистской гидродинамики. Метод нормальных мод и метод исследования корректности смешанной задачи для возмущений приводят к одинаковому результату, соответственно, ограничения на производные уравнения состояния за фронтом нейтрально устойчивой ударной волны согласно [11],

$$\frac{\rho}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_\varepsilon < 1, \quad 1 + \frac{1}{\rho \varepsilon_p|_V} > 0, \tag{33}$$

эквивалентны (18). Действительно, следующие соотношения,

$$-\varepsilon_V|_w = \frac{w_V|_\varepsilon}{w_\varepsilon|_V} = \frac{p + V p_V|_\varepsilon}{1 + V/\varepsilon_p|_V} > p_0,$$
$$p + \varepsilon_V|_w = \frac{hc^2}{w_\varepsilon|_V} = \frac{hc^2}{1 + V/\varepsilon_p|_V} > 0,$$

показывают связь между (33) и (18). При этом (18) имеет простую термодинамическую трактовку: нейтрально устойчивые ударные волны возможны только в условиях, когда внутренняя энергия увеличивается при сжатии в изоэнтальпийном процессе, при этом границами нейтральной устойчивости в пространстве термодинамических переменных являются линии уровня производной внутренней энергии по объему $\varepsilon_V|_w$. Термодинамическая формулировка критерия нейтральной устойчивости ударных волн позволяет делать выводы о реализуемости таких ударных волн в различных средах, не прибегая к анализу ударных адиабат.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение следует отметить применимость полученных термодинамических формулировок критерия нейтральной устойчивости ударных волн, имея в виду, что часть выводов теории устойчивости ударных волн не имеет практического значения. Линейная теория, в рамках которой получены критерии Дьякова—Конторовича, рассматривает ударную волну как поверхность сильного разрыва и состояние среды за этой поверхностью со стороны сжатого вещества считается термодинамически равновесным, что учитывается при линеаризации уравнений.

Влияние структуры ударной волны ставит под сомнение каждое из этих предположений и, поэтому, корректирует выводы линейной теории. В частности, как известно [27–31], в диапазоне параметров (1), в котором линейная теория предсказывает развитие двумерной неустойчивости, ударные волны с вязкой структурой не реализуются. Сжатие происходит в комбинированной волне, состоящей из устойчивых элементов.

В этом отношении выводы линейной теории относительно диапазона нейтральной устойчивости (2) менее подвержены влиянию структурного фактора. В этом диапазоне существуют ударные волны с устойчивой структурой. Более того, из термодинамической формулировки критерия следует, что замыкающая ударная волна в комбинированной волне сжатия, которая реализуется вместо нейтрально устойчивой ударной волны, также может быть нейтрально устойчивой в зависимости от ее интенсивности.

Переходя ко второму предположению теории, следует отметить, что действительно, термодинамическая формулировка критерия, которая может быть представлена непосредственно в виде условия на изохорную теплоемкость, требует больших ее значений за фронтом ударной волны, существенно превышающих теплоемкость поступательных степеней свободы молекул. Это означает, что к узкой зоне с преимущественно вязкой структурой, которую можно рассматривать как ударно-волновой разрыв, примыкает протяженная зона релаксации среды к термодинамическому равновесию. Ожидается, что взаимодействие ударно-волнового разрыва с зоной релаксации приведет к тем свойствам длинноволновых двумерных возмущений, которые предсказывает линейная теория, а именно: (i) изменение закона затухания возмущений ударной волны по сравнению с тем случаем, когда ударная волна устойчива в линейном приближении; (ii) вынужденное или спонтанное излучение звука ударной волной.

Здесь мы сошлемся на результат работ [32, 33], в которых для ударной волны, удовлетворяющей условию (2), выполнен анализ устойчивости с учетом релаксационной структуры и показано, что взаимодействие ударной волны и примыкающей к ней зоны релаксации согласуется с выводом классической теории об излучении звука ударной волной.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание № 075-00270-24-00).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Преобразуя правую часть тождества

$$w_\varepsilon|_V \varepsilon_V|_w = -w_V|_\varepsilon, \tag{34}$$

получаем

$$-\, w_V|_\varepsilon = -p - V p_V|_\varepsilon =$$
$$= -p - V p_V|_S - V p_S|_V S_V|_\varepsilon =$$
$$= -p - V p_V|_S - V \frac{p_T|_V}{S_T|_V} S_V|_\varepsilon =$$

$$= -p - Vp_V|_S - V\frac{p_T|_V}{\varepsilon_T|_V}p = hc^2 - pw_\varepsilon|_V.$$

После подстановки в (34) и перегруппировки

$$w_\varepsilon|_V(\varepsilon_V|_w + p) = hc^2, \qquad (35)$$

где $w_\varepsilon|_V = 1 + \Gamma = 1 - \bar{V}_e/\bar{V}_p$, $\Gamma = Vp_\varepsilon|_V$ — параметр Грюнайзена. В нерелятивистском пределе, $h \to \rho$, (35) принимает вид

$$w_\varepsilon|_V(\varepsilon_V|_w + p) = \rho c^2. \qquad (36)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D'yakov S P 1954 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **27** 288–295
2. Kontorovich V M 1957 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33** 1525–1526
3. Erpenbeck J J 1962 *Phys. Fluids* **5** 1181–1187
4. Kontorovich V M 1958 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **34** 186–194
5. Tytarenko P V and Zhdanov V I 1998 *Phys. Lett. A* **240** 295–300
6. Lomonosov I V, Fortov V E, Khishchenko K V and Levashov P R 2000 *AIP Conf. Proc.* **505** 85–88
7. Lomonosov I V, Fortov V E, Khishchenko K V and Levashov P R 2004 *AIP Conf. Proc.* **706** 91–94
8. Lomonosov I V and Tahir N A 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 101905
9. Mond M and Rutkevich I M 1994 *J. Fluid Mech.* **275** 121–146
10. Mond M and Rutkevich I M 2002 *J. Fluid Mech.* **14** 1468–1475
11. Russo G 1990 *Meccanica* **25** 83–91
12. Bates J and Montgomery D 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1180–1183
13. Konyukhov A V, Likhachev A P, Fortov V E, Khishchenko K V, Anisimov S I, Oparin A and Lomonosov I V 2009 *JETP Lett.* **90** 18–24
14. Wetta N, Pain J C and Heuzé O 2018 *Phys. Rev. E* **98** 033205
15. Huete C and Vera M 2019 *J. Fluid Mech.* **879** 54–84
16. Huete C, Cobos-Campos F, Abdikamalov E and Bouquet S 2020 *Phys. Rev. Fluids* **5** 113403
17. Fowles G R 1981 *Phys. Fluids* **24** 220–227
18. Anile A M and Russo G 1987 *Phys. Fluids* **30** 1045–1051
19. Russo G and Anile A M 1987 *Phys. Fluids* **30** 2406–2413
20. Landau L D and Lifshitz E M 1987 *Fluid Mechanics* (*Course of Theoretical Physics* vol 6) (Oxford: Pergamon Press)
21. Taub A H 1948 *Phys. Rev.* **74** 328–334
22. Synge J L 1957 *The Relativistic Gas* Series in Physics (Amsterdam: North-Holland)
23. Bugaev K A and Gorenstein M I 1987 *J. Phys. G: Nucl. Phys.* **13** 1231
24. Bugaev K A, Gorenstein M I, Kämpfer B and Zhdanov V I 1989 *Phys. Rev. D* **40** 2903
25. Konyukhov A V, Likhachev A P and Fortov V E 2015 *High. Temp.* **53** 622–626
26. Cleymans J, Gavai R V and Suhonen E 1986 *Phys. Rep.* **130** 217–292
27. Gardner C S 1963 *Phys. Fluids* **6** 1366
28. Kuznetsov N M 1985 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **88** 470–486
29. Kuznetsov N M 1989 *Sov. Phys. Usp.* **32** 993
30. Fowles G R and Houwing A F P 1984 *Phys. Fluids* **27** 1982–1990
31. Konyukhov A V, Likhachev A P, Fortov V E, Anisimov S I and Oparin A M 2009 *JETP Lett.* **90** 25–31
32. Kulikovskii A G, Il'ichev A T, Chugainova A P and Shargatov V A 2020 *J. Exp. Theor. Phys.* **131** 481–495
33. Kulikovskii A G, Il'ichev A T, Chugainova A P and Shargatov V A 2019 *Dokl. Phys.* **64** 293–296