

Особенности взаимодействия фемтосекундного релятивистского лазерного импульса с поверхностью при больших углах падения в двумерной и трехмерной геометрии

Н. Д. Бухарский и Ф. А. Корнеев

Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет), Каширское шоссе, 31, Москва 115409, Россия

E-mail: korneeev@theor.mephi.ru

Статья поступила в редакцию 3 декабря 2022 г.

Аннотация. В работе на основе численных расчетов типа “частица в ячейке” рассматривается взаимодействие фемтосекундного релятивистского лазерного импульса с плоской поверхностью при большом угле падения лазерного излучения на плоскую поверхность. Анализируются процессы ускорения электронов и генерации электромагнитных разрядных импульсов, распространяющихся вдоль поверхности мишени. Приводится сравнение результатов в трехмерной геометрии при учете пространственной ширины импульса и мишени с результатами, полученными в двумерном расчете без учета зависимости величин от поперечной координаты. <https://doi.org/10.33849/2022210>

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача о взаимодействии мощных лазерных импульсов с плоской поверхностью плотной протяженной мишени при наклонном падении представляет большой интерес в контексте фундаментальных исследований динамики лазерной плазмы и приложений, связанных с генерацией ускоренных частиц, поверхностных электромагнитных волн и разрядных импульсов. При падении короткого релятивистского лазерного импульса на плоскую поверхность, близком к тангенциальному, может происходить достаточно эффективное ускорение электронов [1–7]. Кроме того, воздействие мощного лазерного импульса на мишень приводит к созданию в области облучения большого положительного потенциала и последующей генерации поверхностных электромагнитных волн и разрядных токов [8, 9]. Эти электромагнитные волны могут удерживать ускоренные электроны вблизи поверхности мишени [1] и транспортировать их вдоль нее на большие расстояния [10]. Возбуждаемые в протяженных мишенях разрядные токи, в свою очередь, можно использовать в качестве источника для возбуждения электромагнитных волн терагерцового диапазона при переходе к мишеням с более сложной геометрией, но с аналогичным механизмом возбуждения разрядного тока [9, 11]. Кроме того, при использовании более сложных мишеней с искривленной поверхностью при наклонном облучении, во внутреннем объеме мишени может обеспечиваться режим постоянного ускорения с формированием квазистационарных электромагнитных структур. В таких структурах с высоким значением магнитного поля, замороженного в создаваемую в результате взаимодействия плазму, и существующих на временном интервале, существенно превышающем длительность лазерного импульса, возможно также эффективное стохастическое ускорение электронов [12].

Для описания происходящих при взаимодействии мощного лазерного импульса с поверхностью мишени физических процессов и интерпретации результатов экспериментов хорошо подходит модель на основе системы уравнений Власова, поскольку энергия частиц оказывается достаточно большой, чтобы столкновения не оказывали существенного влияния на результаты взаи-

модействия. В рамках данной модели одним из наиболее последовательных методов является численное моделирование с использованием кинетических кодов типа “частица в ячейке”. Важным ограничением данного метода представляется необходимое для корректного описания разрешение расчетной сетки по крайней мере на уровне дебаевской длины в пространстве и обратной плазменной частоты во времени. В связи с этим часто при плотности плазмы порядка или близкой к твердотельной подобные расчеты осуществляются в двумерной геометрии [1, 3, 7–9, 11–14], что, с одной стороны, позволяет существенно снизить вычислительные затраты, необходимые для исследования процесса взаимодействия в масштабе, близком к реальному, а с другой — получить качественное описание явления в некоторых случаях. Однако, упрощение, связанное с уменьшением размерности, может приводить к таким следствиям, как подавление ряда неустойчивостей, формирование выделенных направлений, преобладанием одних механизмов над другими. Таким образом, редукция геометрии до двумерной требует обоснования на основе сравнения полученных с ее помощью результатов с результатами более корректного трехмерного моделирования.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе исследовался процесс взаимодействия мощного фемтосекундного жестко сфокусированного лазерного импульса с плоской поверхностью плазмы твердотельной плотности в случае больших углов падения. Условие жесткой фокусировки и короткой длительности упрощает пространственные и временные требования к параметрам расчета, который технически можно выполнить как в двумерной, так и в трехмерной геометрии. В то же время, именно такие импульсы наиболее интересны в контексте ускорения частиц и генерации разрядных импульсов. Численное исследование процесса взаимодействия лазерного импульса с плоской поверхностью проводилось при помощи кинетического кода типа “частица в ячейке” Smilei [15]. Для целей последующего сравнительного анализа были проведены два расчета — двумерный и трехмерный с одинаковыми исходными параметрами плазмы и лазерно-

го импульса. Результатом такого анализа является верификация применимости двумерной модели для корректного описания качественных особенностей взаимодействия лазерного импульса с поверхностью мишени.

Мишень во всех расчетах состояла из ионизованной плазмы со степенью ионизации $Z = 10$ и электронной плотностью $n_e \approx 10^{22} \text{ см}^{-3}$, что превосходит критическую плотность для использованной длины волны излучения примерно на порядок. Поскольку длительность импульса и всего расчета процесса взаимодействия не превосходила одной-двух сотен фс, ионы были искусственно “заморожены”, т.е. предполагались неподвижными на протяжении времени симуляции, что позволило уменьшить необходимые вычислительные затраты, связанные с расчетом их динамики. Геометрически мишень представляла собой тонкую плоскую пластину длиной $l_x = 40 \text{ мкм}$ и толщиной $l_y = 0.64 \text{ мкм}$. Ширина пластины в трехмерном расчете составляла $l_z = 10 \text{ мкм}$, а в двумерном расчете предполагалось, что пластина бесконечна в направлении координаты z . Стоит отметить, что выбранные размеры мишени несколько меньше обычно используемых в реальном эксперименте, хотя в принципе могут быть изготовлены с использованием современных технологий. Уменьшение размеров в данном исследовании продиктовано целью снижения необходимых вычислительных ресурсов в трехмерном расчете. При этом в двумерном расчете размер мишени был выбран в полном соответствии с размером мишени в трехмерном случае, так как в этом случае полученные результаты можно непосредственно сравнивать между собой.

Расчетная область в двумерном случае представляла собой прямоугольник со сторонами $L_x = 53.6 \text{ мкм}$ и $L_y = 11.5 \text{ мкм}$, а в трехмерном — параллелепипед, у которого размеры сторон L_x и L_y соответствовали размерам расчетной области в двумерном случае, а размер третьей стороны составлял $L_z = L_y = 11.5 \text{ мкм}$. В обоих расчетах использовалось одинаковое пространственное и временное разрешение: 20 нм и $6.7 \cdot 10^{-2} \text{ фс}$ соответственно. На каждую пространственную ячейку приходилось по 10 электронов. Лазерный импульс вводился в расчетную область посредством задания осциллирующего граничного условия на магнитное поле на левой стенке расчетной области. Длина волны лазерного излучения составляла 800 нм , интенсивность в центре пятна фокусировки с диаметром 2.4 мкм (по уровню $1/e^2$ от максимума интенсивности) — $5 \cdot 10^{20} \text{ Вт см}^{-2}$. Длительность лазерного импульса была несколько занижена относительно характерных для современных фемтосекундных лазерных комплексов значений ($\sim (25\text{--}50) \text{ фс}$), и составляла 4 фс . Такая длительность обеспечивает схожую с реальной локализацию лазерного импульса на масштабе мишени в расчете, где размер мишени был уменьшен относительно реального примерно в 10 раз. Лазерный импульс, поляризованный в плоскости (x, y) , направляется на мишень под углом 70° к нормали пластины, т.е. под углом, близком к касательному к поверхности. Геометрия облучения мишени в двумерном и трехмерном расчетах схематично показана на рисунке 1, в верхнем ряду, где изображена компонента магнитного поля B_z . На этом же рисунке приведены основные полученные в двух расчетах результаты.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Наиболее заметные отличия в двумерном и трехмерном случае проявляются через некоторое время после момента падения импульса на поверхность. На рисунке 1 представлены результаты, соответствующие моменту времени 100 фс после начала расчета, или примерно 50 фс после начала падения импульса на поверхность. К данному моменту лазерный импульс, который фокусируется на поверхности мишени в точке с координатой $x = 13.6 \text{ мкм}$ (см. рисунок 1, верхний ряд), почти полностью отражается от мишени и отделяется от ее поверхности, что можно видеть на распределениях компоненты магнитного поля B_z и компоненты электрического поля E_y . В то же время у поверхности мишени формируется монополярная и достаточно локализованная область с электромагнитным полем, которая распространяется вдоль поверхности мишени направо со скоростью $\approx (0.94\text{--}0.99)c$, где c — скорость света. Характерный размер этой области приблизительно соответствует пространственному размеру лазерного импульса. Возникновение такого короткого электромагнитного импульса связано с генерацией разрядного импульса тока. В результате воздействия лазерного импульса на мишень создаются ускоренные электроны, которые покидают область взаимодействия, создавая в ней положительный потенциал. Этот потенциал и приводит к возбуждению разрядного тока, представляющего поток электронов мишени, стремящийся компенсировать возникший в области взаимодействия положительный потенциал [8, 11, 14]. Скорость распространения разрядного импульса определяется диссипативными процессами. Примечательно, что в расчетах на основе бесстолкновительного уравнения Власова, как, например, в данном случае, скорость заметно отличается от скорости света, что соответствует бесстолкновительным диссипативным процессам. В частности, речь идет о затухании Ландау в волне разрядного импульса [14].

На графике плотности тока J_x (рисунок 1, 3-й ряд) разрядный импульс виден как поток электронов, направленный влево и отмечен как $-J_{\text{обр.}}$, так что сам ток $J_{\text{обр.}}$ имеет положительное значение проекции на ось x . В данном случае, вследствие малой толщины пластины и уменьшенной по сравнению с реальной твердотельной плотностью, скин-эффект недостаточно выражен, и разрядный ток проникает почти на всю глубину пластины и течет внутри мишени. Для пластины большей толщины и большей плотности разрядный ток, имеющий характерный временной масштаб порядка длительности импульса, должен быть сосредоточен вблизи поверхности вследствие скин-эффекта. Кроме того, на графиках плотности тока можно выделить еще две отдельные области с током. Одна из них соответствует сгустку электронов, ускоренных лазерным импульсом в направлении его зеркального отражения от поверхности мишени. Поток этих электронов отмечен на графике J_x для двумерного расчета как $-J_{\text{зерк.}}$. Вторая область соответствует электронам, ускоряемым вдоль поверхности пластины; их поток отмечен на графике как $-J_{\text{пов.}}$. Удержание этих электронов вблизи поверхности мишени возможно благодаря формированию около поверхности электромагнитной структуры, состоящей из магнитного поля с компонентой B_z и компоненты электрического поля E_y . Электромагнитная структура формируется вме-

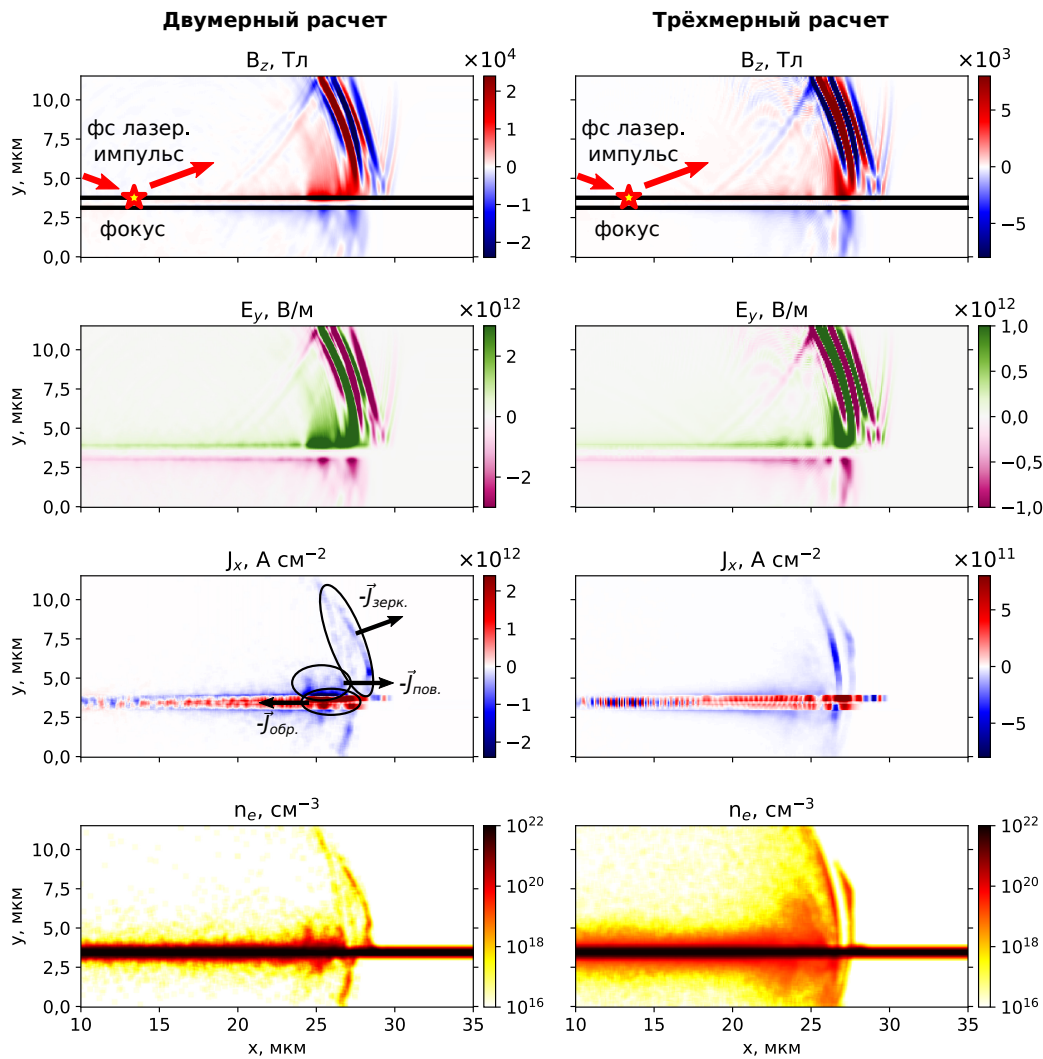


Рисунок 1. Результаты двумерного (левая колонка) и трехмерного (правая колонка) моделирования взаимодействия лазерного импульса с плоской поверхностью: 1-й ряд — компонента магнитного поля B_z ; 2-й ряд — компонента электрического поля E_y ; 3-й ряд — плотность электрического тока J_x ; 4-й ряд — электронная плотность n_e . Полученные результаты соответствуют моменту времени 100 фс после начала расчета. Результаты трехмерного расчета представлены в виде двумерных профилей, полученных посредством усреднения трехмерных массивов данных в области $z = L_z/2 \pm 1$ мкм, т.е. в расположенном в центре пластины слое толщиной 2 мкм.

сте с разрядным импульсом и описывается уравнениями Максвелла подобно волне Зоммерфельда [14]. Отметим, что компонента магнитного поля B_z возбуждается благодаря токам и переменным электрическим полям в плоскости (x, y) , поэтому корректно описывается как в трехмерном, так и двумерном расчете.

Наблюдаемый разрядный импульс способен ускорять электроны, удерживая их около поверхности. Данное явление по существу представляет собой возбуждение тока самоиндукции, смысл которого в компенсации магнитного поля разрядного импульса в пространстве. Ускоренные электроны распространяются вдоль пластины вместе с возникающим в результате облучения электромагнитным импульсом. Ускоренные вдоль поверхности, а также в направлении зеркального отражения лазерного импульса электроны можно хорошо видеть на графиках электронной плотности на рисунке 1, 4-й ряд. Стоит отметить, что, несмотря на наличие трех отдельных компонент тока различного направления, полярность электромагнитного импульса определя-

ется обратным током — разрядный ток направлен вправо, и в то же время создаваемое вблизи поверхности мишени магнитное поле имеет положительную полярность в верхней части расчетной области и отрицательную — в нижней части. Таким образом, можно заключить, что основную роль в формировании электромагнитного импульса, распространяющегося вдоль поверхности пластины, играет именно разрядный ток.

Сравнение результатов двумерного и трехмерного моделирования (в центральном сечении пластины) показывает качественное сходство процессов в двух случаях — создаваемые у поверхности мишени электромагнитные поля, токи и распределения электронов в целом схожи по своей структуре. Вместе с тем, при более детальном рассмотрении замечен ряд отличий. Одним из основных является несколько меньшие значения амплитуд полей и токов в трехмерном случае, примерно в 3 раза меньше, см. рисунок 1. Это, вероятно, связано с несколькими различными условиями поглощения лазерного импульса в двумерной и трехмерной геометрии,

а также с различным профилем лазерного импульса в направлении z . Так, в двумерной геометрии профиль лазерного импульса во всех сечениях вдоль оси z предполагается одинаковым, а лазерный импульс во всех этих сечениях поляризован в плоскости (x, y) , и имеет две компоненты электрического поля — E_x и E_y , и одну компоненту магнитного поля — B_z . В трехмерной геометрии интенсивность импульса и значения электрического и магнитного поля максимальны около середины пластины в направлении оси z , и из-за достаточно жесткой фокусировки существенно уменьшаются при отдалении от середины к краю, где взаимодействие происходит менее эффективно. Таким образом, можно сделать качественный вывод об эффективном увеличении интенсивности при моделировании жестко сфокусированного лазерного импульса в приближении двумерной геометрии.

Однако, эффективное уменьшение интенсивности взаимодействия не приводит к меньшей плотности образованных горячих электронов. Напротив, в трехмерной геометрии облако электронов, которое создается вблизи поверхности мишени, оказывается гораздо больше и по пространственному размеру, и по характерным значениям плотности. В какой-то степени это может быть связано с особенностями определения плотности в трехмерном расчете — при одинаковом числе частиц на ячейку при усреднении трехмерного массива в области $z = L_z/2 \pm 1$ мкм вероятность обнаружить несколько макро-частиц в ячейке с координатами (x, y) существенно возрастает, в то время как в двумерном случае в заданной точке вообще может не оказаться макро-частиц. Однако, более правдоподобным объяснением наблюдаемого различия может служить разная эффективность перекачки лазерной энергии в электронную подсистему, в частности, за счет более эффективного стохастического нагрева. Действительно, при увеличении размерности пространства количество необходимых для интегрируемости системы первых интегралов движения возрастает, а симметрия взаимодействия уменьшается, что может существенно уменьшить порог развития стохастических процессов.

Еще одной интересной особенностью распределения электронной плотности, полученного в трехмерном расчете, является выраженная периодическая структура для той части облака электронов, которая ускоряется в направлении отражения лазерного импульса. На рисунке 1, 4-й ряд, справа, можно выделить по крайней мере две отдельных группы электронов, ускоряемых в данном направлении. Эти две группы электронов можно заметить и на графике плотности тока J_x (см. рисунок 1, 3-й ряд, справа). Расстояние между этими группами ускоренных электронов приблизительно соответствует длине волны лазерного излучения, на основе чего можно сделать вывод о том, что периодическая структура ускоренных в направлении лазерного импульса электронов возникает вследствие периодической структуры электрического поля в импульсе. Действительно, сравнение графиков плотности тока и электронной плотности, полученных в трехмерном расчете, с графиком компоненты электрического поля E_y показывает, что данные сгустки электронов возникают в результате воздействия вертикальной компоненты электрического поля, которая способствует их отделению и удалению от поверхности мишени. Отсутствие такой структуры в дву-

мерном расчете также может свидетельствовать о менее эффективном взаимодействии по сравнению с трехмерным случаем.

Представленные на рисунке 1 результаты трехмерного моделирования были получены в результате усреднения трехмерного массива данных в узком слое вблизи центра пластины по оси z , что, с одной стороны, позволяет выполнить более корректное сравнение с результатами двумерного расчета, но с другой стороны, не содержит информацию о распределениях соответствующих величин вдоль поперечной пространственной координаты z . С целью демонстрации и анализа особенностей этих зависимостей были построены соответствующие трехмерные распределения. В качестве примера на рисунке 2 представлены трехмерные распределения электронной плотности в момент времени 100 фс после начала расчета.

На представленных графиках видно, что несмотря на жесткую фокусировку (размер пятна фокусировки 2.4 мкм) лазерного импульса, созданное им возмущение охватывает всю ширину пластины (10 мкм), что хорошо заметно на виде сверху и спереди на рисунке 2. При этом краев пластины $z = L_z/2 \pm 5$ мкм оно достигает с некоторой задержкой, что приводит к искривлению фронта ускоренных электронов в плоскости (x, z) (см. рисунок 2, вид сверху). В центральной части $z = L_z/2 \pm 1$ мкм распределение электронной плотности достаточно однородно по z , и может быть качественно описано двумерной моделью.

Созданное лазером возмущение распространяется вдоль поверхности пластины и может достигнуть ее конца по оси x . При этом часть ускоренных вдоль поверхности электронов может “отрываться” от мишени и продолжать двигаться в заданном направлении в виде сгустка (электронного банча) с некоторой угловой расходимостью. Этот эффект был также исследован в рамках проведенных расчетов — выбранный размер пластины в направлении оси x был несколько меньше размера расчетной области, что позволило наблюдать динамику разлета ускоренных вдоль поверхности мишени электронов после достижения границы мишени. Полученное в трехмерном расчете распределение электронов в один из поздних моментов времени (170 фс), когда электромагнитный импульс уже достиг конца пластины, представлено на рисунке 3(a).

На представленном графике можно выделить две группы электронов: электроны, ускоренные в направлении зеркального отражения лазера, и электроны, ускоренные вдоль поверхности мишени. Координаты и энергии этих электронов при пересечении ими правой границы расчетной области сохранялись отдельно, что посредством усреднения по всем макро-частицам с учетом их веса позволило получить энергетический спектр ускоренных электронов. Итоговые зависимости энергетического спектра от вертикальной координаты y , а также энергетического спектра в фиксированных точках с координатами $y = 3.4$ мкм и $y = 10.1$ мкм, представлены на рисунках 3(b, c). Анализ кривых, представленных на рисунке 3(c), позволяет отметить две основные особенности: (I) — для рассмотренных в работе параметров взаимодействия большая часть электронов ускоряется вдоль поверхности мишени ($y = 3.4$ мкм) и приобретает характерные значения энергии поряд-

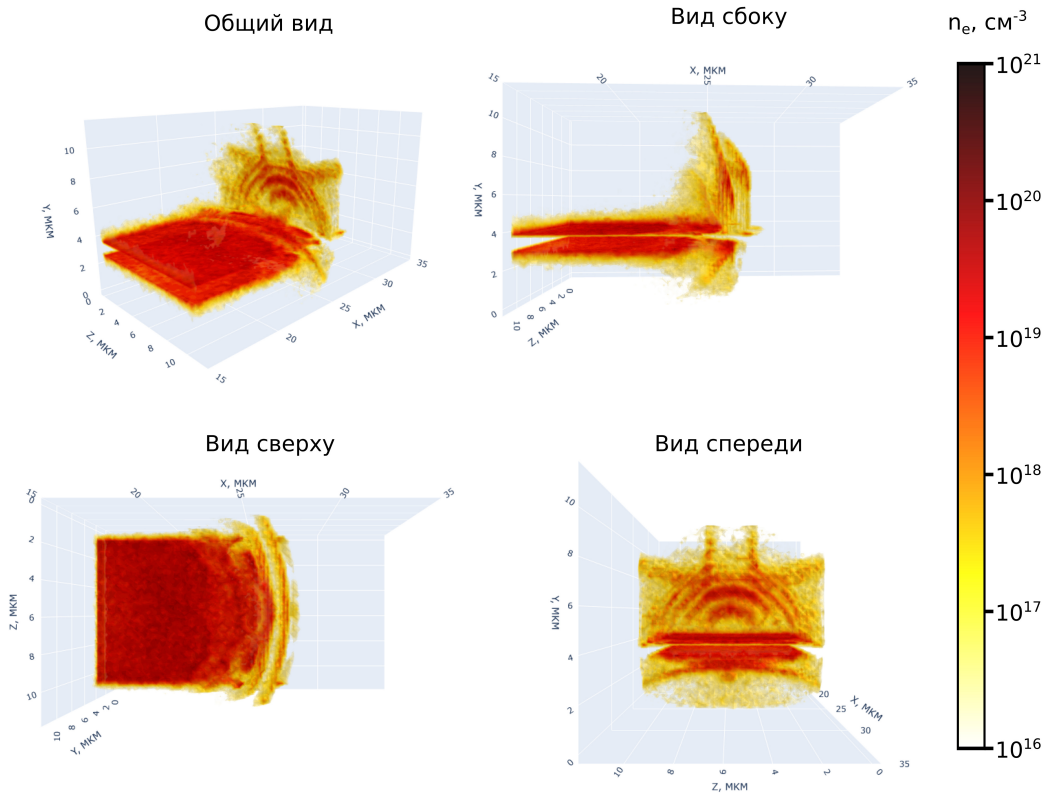


Рисунок 2. Трехмерные графики распределения электронной плотности, полученные в результате трехмерного моделирования взаимодействия лазерного импульса с плоской поверхностью. Результаты соответствуют моменту времени 100 фс после начала расчета. Для удобства чтения графиков область с электронной плотностью выше критической на рисунках не отображается.

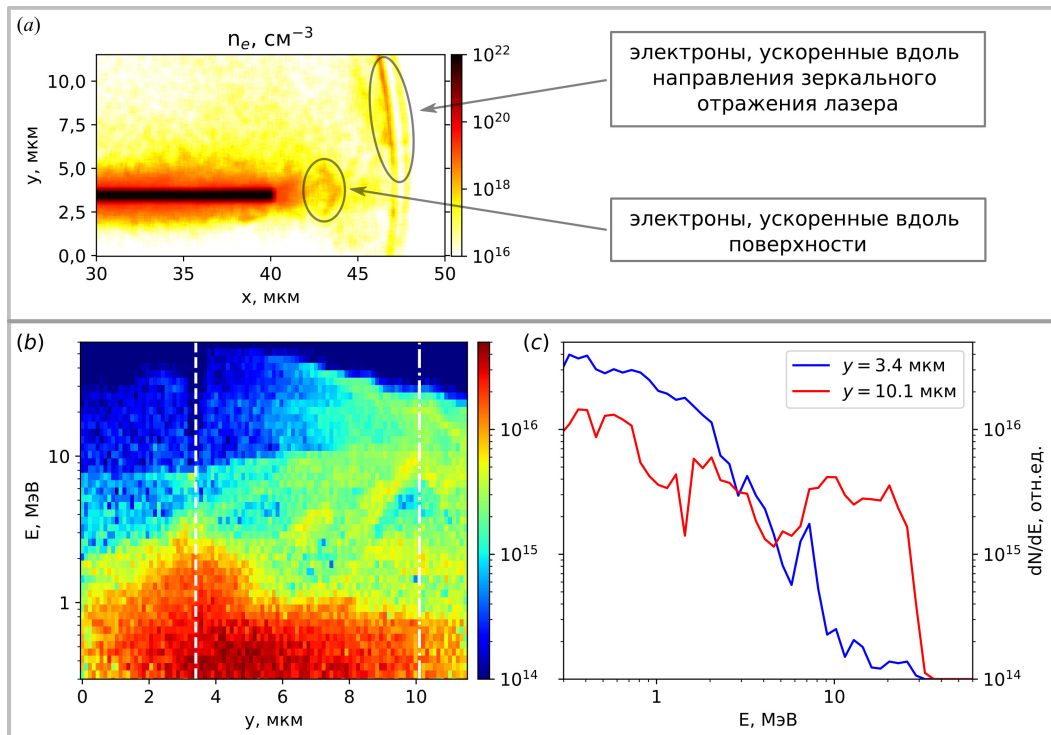


Рисунок 3. (a) Распределение электронной плотности в момент времени 170 фс, когда электромагнитный импульс уже достиг конца пластины. (b) Энергетический спектр ускоренных электронов в зависимости от координаты y ; белой штриховой и штрихпунктирной линиями показаны координаты, для которых на графике (c) приведены отдельные кривые. (c) Энергетический спектр ускоренных электронов при фиксированных значениях координаты $y = 3.4$ мкм (синяя кривая), что соответствует координате плоскости пластины, и $y = 10.1$ мкм (красная кривая).

ка 1 МэВ; (II) — ускоряемые в направлении зеркального отражения лазера электроны имеют большие характерные значения энергии, которые по величине хорошо согласуются с характерным значением энергии ускоренных частиц, определяемым пондеромоторным скейлингом $E = m_e c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{I[\text{W cm}^{-2}] \lambda^2 [\mu\text{m}]}{1.37 \cdot 10^{18}}} - 1 \right)$ [16], который для использованных в работе параметров дает величину энергии ≈ 7 МэВ. Стоит отметить, что несмотря на чуть менее эффективное ускорение электронов вдоль поверхности мишени пучок этих электронов имеет меньшую расходимость и может быть эффективно транспортирован вдоль мишени в нужную область, что делает схему ускорения электронов на основе взаимодействия короткого лазерного импульса с плоской поверхностью при наклонном падении привлекательной для различных приложений.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В работе при помощи численных расчетов исследован процесс взаимодействия короткого мощного лазерного импульса с плоской поверхностью при наклонном падении в двумерной и в трехмерной геометрии. И в первом и во втором случае происходят качественно схожие процессы — в результате ускорения электронов создается разрядный ток и электромагнитный импульс, распространяющиеся вдоль поверхности мишени. Электромагнитные поля этого импульса способствуют удержанию части электронов вблизи поверхности мишени, в результате чего у поверхности формируется противоположный разрядному ток самоиндукции. Несмотря на несколько меньшую характерную энергию по сравнению с частицами, ускоренными в направлении отражения лазера, электроны, движение которых формирует этот ток, могут быть эффективно транспортированы вдоль поверхности мишени в заданную точку в виде направленного пучка. Сравнение профилей электромагнитных полей, токов и электронной плотности плазмы, полученных в двумерном расчете с аналогичными профилями, полученными при усреднении результатов трехмерного расчета по третьей координате в небольшой области около центра, показывает достаточно высокую степень соответствия, однако характерные амплитуды полей и токов в трехмерном расчете оказываются примерно в 3 раза меньше, что может быть связано с несколькими отличными условиями поглощения лазерного импульса. При этом эффективность взаимодействия в трехмерном случае оказывается существенно выше, так что даже с учетом эффективно меньших амплитуд элект-

ромагнитных полей количество нагретых электронов в трехмерном расчете превышает его в двумерном случае. Таким образом, при двумерном моделировании процессов взаимодействия мощных лазерных импульсов с поверхностью твердотельной мишени необходимо учитывать, что полученные значения могут быть несколько завышенными по отношению к результатам более полного моделирования, в котором учитываются различные трехмерные эффекты, однако эффективность взаимодействия с электронной подсистемой может быть менее эффективна.

5. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение No 075-15-2021-1361).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chen M, Shenga Z M, Zheng J, Ma Y Y, Bari M A, Li Y T and Zhang J 2006 *Opt. Express* **14** 3093–3098
2. Mao J Y *et al* 2012 *Phys. Rev. E* **85** 025401
3. Mao J Y *et al* 2015 *Applied Physics Letters* **106** 131105
4. Andreev N E, Pugachev L P, Povarnitsyn M E and Levashov P R 2016 *Laser and Particle Beams* **34** 115–122
5. Serebryakov D A, Nerush E N and Kostyukov I Y 2017 *Physics of Plasmas* **24** 123115
6. Ma Y *et al* 2018 *Proc Natl Acad Sci USA* **115** 6980–6985
7. Mandal T, Arora V, Rao B S, Moorti A, Upadhyay A and Chakera J A 2019 *Physics of Plasmas* **26** 043105
8. Quinn K *et al* 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 194801
9. Bukharskii N and Korneeve P 2022 Intense widely-controlled terahertz radiation from laser-driven wires *Preprint* 2210.14166 [physics.optics] URL <https://arxiv.org/abs/2210.14166>
10. Nakajima H, Tokita S, Inoue S, Hashida M and Sakabe S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 155001
11. Bukharskii N, Kochetkov I and Korneeve P 2022 *Applied Physics Letters* **120** 014102
12. Ehret M *et al* 2022 *Phys. Rev. E* **106** 045211
13. Korneeve P *et al* 2017 Laser electron acceleration on curved surfaces *Preprint* 1711.00971 [physics.plasm-ph] URL <https://arxiv.org/abs/1711.00971>
14. Ehret M *et al* 2022 Guided electromagnetic discharge pulses driven by short intense laser pulses: Characterisation and modelling *Preprint* 2209.00272 [physics.plasm-ph] URL <https://arxiv.org/abs/2209.00272>
15. Derouillat J *et al* 2018 *Computer Physics Communications* **222** 351–373
16. Simpson R A *et al* 2021 *Physics of Plasmas* **28** 013108 (*Preprint* <https://doi.org/10.1063/5.0023612>)