# Изучение транспортных свойств н-нонана в модели SAFT- $\gamma$ Mie

О. М. Смирнов<sup>1</sup>, Д. Ю. Ленёв<sup>2,1</sup> и В. В. Писарев<sup>2,1,3</sup>

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер., 9, Долгопрудный 141701, Россия

<sup>2</sup> Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

<sup>3</sup> Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Мясницкая 20, Москва, Россия

E-mail: smirnov.om@phystech.edu

Статья поступила в редакцию 13 декабря 2022 г.

Аннотация. Проанализирована точность расчета коэффициентов диффузии и вязкости для н-нонана ( $C_9H_{20}$ ) в модели SAFT- $\gamma$  Міе. Выполнено моделирование н-нонана с помощью модели SAFT- $\gamma$  Міе методом молекулярной динамики с помощью программного пакета LAMMPS. Расчеты проводились для температуры 323 К и давлений в промежутке от 10 до 80 МПа. С помощью формулы Эйнштейна-Смолуховского был определен коэффициент самодиффузии. Через формулу Грина-Кубо для автокорреляционной функции сдвиговых напряжений был получен коэффициент сдвиговой вязкости. На основании зависимости диффузии от обратной вязкости вычислен гидродинамический радиус молекулы н-нонана. Данные результаты показывают, что SAFT- $\gamma$  Міе модель удовлетворительно воспроизводит транспортные свойства н-нонана. https://doi.org/10.33849/2022204

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Молекулярная динамика является надежным методом исследования структурных и теплофизических свойств реальных молекулярных систем при условии, что для описания взаимодействия между частицами доступно соответствующее силовое поле. Алканы обладают простой структурой и высокой практической значимостью, поэтому большое количество исследований было посвящено моделированию и разработке многочисленных силовых полей для них [1–3].

Одной из первых проблем при моделировании алканов является поиск баланса между точностью модели и вычислительной сложностью. Полноатомные модели, например, OPLS-AA (Optimized potential for liquid simulation — all-atom) [4], явно воспроизводят все атомы молекулы, из-за чего они требуют значительных вычислений. В моделях объединенного атома, например, TraPPE-UA (Transferable potential for phase equilibria — united-atom) [5], тяжелые атомы (углерод, кислород, азот) объединяются со связанными атомами водорода в эффективные частицы для уменьшения вычислительных затрат, хоть и с пониженной точностью получаемых с их помощью результатов.

Крупнозернистое огрубление — следующий шаг на пути упрощения модели. Так называется подход в моделировании, который заключается в выборе целых групп атомов в качестве элементарных структурных единиц, что позволяет значительно сократить количество необходимых вычислений за счет более грубого расчета межчастичного взаимодействия. В рамках крупнозернистого формализма взаимодействие между новыми элементарными структурными единицами представляется с помощью эффективного потенциала, разработанного для сохранения точного описания интересующих свойств моделируемой молекулы.

В недавней работе [6] были получены коэффициенты для модели SAFT- $\gamma$  Mie (Statistical Associating Fluid Theory using Mie potential) при представлении н-алканов в виде крупных "зерен".

В настоящей работе изучается точность огрубленной модели для н-нонана ( $C_9H_{20}$ ), молекулы которого достаточно длинные, чтобы для него было актуально крупнозернистое приближение. Свойства н-нонана хорошо изучены и при этом он является типичным представителем жидких предельных углеводородов. Таким образом, проверка его свойств в модели SAFT- $\gamma$  Міе позволяет охарактеризовать точность модели для этого класса соединений.

Исследуем точность расчета уравнения состояния и транспортных свойств н-нонана: коэффициента самодиффузии и сдвиговой вязкости.

#### 2. ОПИСАНИЕ РАСЧЕТА

#### 2.1. SAFT- $\gamma$ модель

В рассматриваемой SAFT- $\gamma$  модели [6], н-нонан представляется в виде трех зерен сферической формы двух типов, соединенных в цепочку. "Зерна" соответствуют группам CH<sub>3</sub>-CH<sub>2</sub>-CH<sub>2</sub>- (тип Т) и -CH<sub>2</sub>-CH<sub>2</sub>- (тип М). Массы зерен составляют  $m_1=43.09$  г/моль и  $m_2=42.08$  г/моль. Взаимодействие между двумя "зернами" происходит по обрезанному Міе-потенциалу:

езанному IVIIe-потенциалу.  $E(r_{kl}) = C_{kl} \varepsilon_{kl} \left[ \left( \frac{\sigma_{kl}}{r_{kl}} \right)^{\lambda_{kl}^{\sigma}} - \left( \frac{\sigma_{kl}}{r_{kl}} \right)^{\lambda_{kl}^{a}} \right], r_{kl} < r_c, \quad (1)$ 

где  $r_{kl}$  — межцентровое расстояние между "зернами",  $\varepsilon_{kl}$  — глубина потенциальной ямы,  $\sigma_{kl}$  — диаметр "зерна",  $\lambda_{kl}^r$  и  $\lambda_{kl}^a$  — показатели степени, контролирующие величину отталкивающего и притягивающего вкладов. Использование независимых показателей степени при отталкивающем и притягивающем вкладах в Міепотенциале позволяет универсально описывать межмолекулярные взаимодействия, что приводит к надежному описанию теплофизических свойств, что было продемонстрировано в ряде исследований [7–9]. Радиус обрезания равен  $r_c=16$  Å. Другие коэффициенты для н-нонана представлены в таблице 1.

**Таблица 1.** Коэффициенты SAFT- $\gamma$  Міе-потенциала

k	l	$(\varepsilon_{kl}/k_B)/K$	$\sigma_{kl}/{ m \AA}$	$\lambda_{kl}^r$	$\lambda^a_{kl}$
Т	Τ	358.37	4.5012	15.947	6.00
Μ	Μ	377.14	4.1840	16.433	6.00
Τ	Μ	345.72	4.3426	16.188	6.00

Константа 
$$C_{kl}$$
 определяется как: 
$$C_{kl} = \frac{\lambda_{kl}^r}{\lambda_{kl}^r - \lambda_{kl}^a} \left(\frac{\lambda_{kl}^r}{\lambda_{kl}^a}\right)^{\lambda_{kl}^a/(\lambda_{kl}^r - \lambda_{kl}^a)}. \tag{2}$$

Внутримолекулярные же взаимодействия описываются гармоническими потенциалами как для энергии

растяжения связей, так и для энергии углового изгиба: 
$$U_{intra} = \frac{k_{bond}}{2} (r-r_0)^2 + \frac{k_{angle}}{2} (\theta-\theta_0)^2, \tag{3}$$
 где  $k_{bond}/k_B = 6666 \text{ K/Å}^2$  – константа жесткости связи,

 $k_{angle}/k_B = 2318 \; {
m K/pag^2} - {
m константа} \; {
m жесткости} \; {
m изгиба},$  $r_0 = 4.34 \text{ Å}$  — равновесная длина связи,  $\theta_0 = 159^{\circ}$  равновесный угол между связями.

#### Методика

Для расчета термодинамических свойств используется программный пакет LAMMPS (Large-scale Atomic and Molecular Massively Parallel Simulator) [10]. В начальном состоянии создается ячейка с 1000 молекул н-нонана, расположенных в узлах простой кубической решетки с ребром в 9 А с периодическими граничными условиями. Была проведена проверка сходимости плотности по числу частиц при заданном давлении, и установлено, что она достигается примерно при вдвое меньшем числе частиц.

Молекулам придаются случайные скорости с нормальным распределением, соответствующим температуре в 423 К. Расчет происходит в системе отсчета, связанной с центром масс системы. Подключается термостат Нозе-Гувера [11] с характерным временем выхода на целевую температуру равным 100 шагам моделирования. В изотермо-изобарическом ансамбле для интересующих давлений система релаксирует в течении 1 наносекунды с шагом в 1 фемтосекунду. Затем в течении 5 наносекунд система охлаждается с помощью термостата до 323 К и затем релаксирует при новой температуре. При каждом из рассматриваемых давлений наблюдается 15 независимых систем, сгенерированных по указанному алгоритму и отличающихся генерацией начальных скоростей, для получения лучшего статистического усреднения. При этом средняя флуктуация температуры была до 4 К.

После этого система наблюдается в течении 25 наносекунд с шагом моделирования в 5 фемтосекунд при активном термостате Нозе-Гувера в каноническом ансамбле. Также каждые 10000 шагов выводятся координаты центра масс каждой молекулы, и каждый шаг выводятся элементы матрицы тензора давлений.

#### ТРАНСПОРТНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ 3.

# Изотерма

Сравнение полученной зависимости усредненных плотностей от усредненных давлений для вышедших на

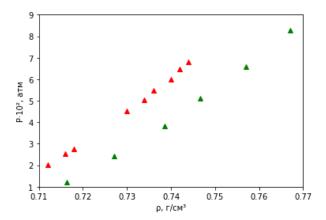


Рисунок 1. Графики зависимости давления от плотности. Зеленым представлены данные вычислений, красным — экспериментальные данные [12].

равновесие систем с экспериментально полученной зависимостью плотности от давления [12] представлено на рисунке 1.

На графике заметно отклонение получившихся при моделировании данных. Система с SAFT- $\gamma$  моделью н-нонана при той же плотности обладала меньшим давлением, чем она должна была бы на основе экспериментальных данных [12]. По данным из [13] можно заметить, что подобная черта является особенностью всех моделей. Однако в случае малых давлений плотность, полученная с помощью OPLS-AA, отличается примерно на 5 процентов, а исследуемая огрубленная модель дает ошибку около 3 процентов. В случае высоких давлений результаты применения всех моделей схожи.

Следует отметить, что по данным работы [13] точность воспроизведения кривой сжатия изооктана в модели TraPPE-UA также выше, чем в OPLS-AA. Такая ситуация, когда менее подробная модель точнее описывает свойства, несколько необычна. Вероятно, это связано с тем, что в модели OPLS-AA используются одни и те же параметры Леннард-Джонсовских взаимодействий для атомов углерода и водорода в середине и в конце цепи. В огрубленных же моделях используются оптимизированные параметры невалентных взаимодействий отдельно для концевых и серединных групп.

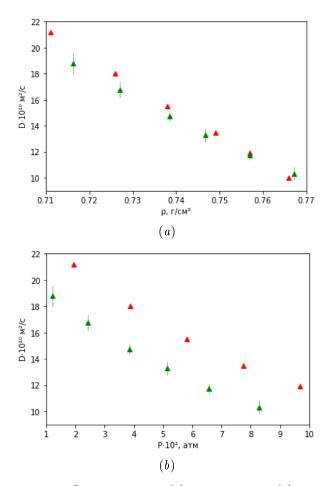
# 3.2. Самодиффузия

Коэффициент самодиффузии был определен через среднеквадратичные смещения центров масс молекул по формуле Эйнштейна-Смолуховского

$$D = \lim_{t \to \infty} \frac{<\Delta \vec{r}^2(t)>}{6t}. \tag{4}$$
 После определения коэффициента самодиффузии для

каждой траектории, результат был усреднен по ним для каждого рассматриваемого давления. Получившиеся результаты вместе с экспериментальными данными [14] представлены на рисунке 2.

Зависимость коэффициента самодиффузии для  $\mathrm{SAFT}$ - $\gamma$  модели н-нонана от плотности совпала с экспериментальными данными. Однако при тех же давлениях коэффициент диффузии был меньше, чем экспериментально полученный. Похожее отличие наблюдалось в [13] для OPLS-AA.



**Рисунок 2.** Зависимости коэффициента самодиффузии от плотности (a) и давления (b). Зеленым представлены данные вычислений, красным — экспериментальные данные [14].

Была проведена дополнительная оценка сходимости по размеру системы для коэффициента диффузии при помощи метода, описанного в [15]. Оценка разности коэффициента диффузии для бесконечной моделируемой ячейки и коэффициента диффузии в зависимости от размера ячейки становится меньше погрешности при размерах моделируемой ячейки, по порядку величины совпадающих с выбранным.

# 3.3. Сдвиговая вязкость

Коэффициент сдвиговой вязкости рассчитывается по формуле Грина–Кубо через автокорреляционную функцию сдвиговых напряжений:

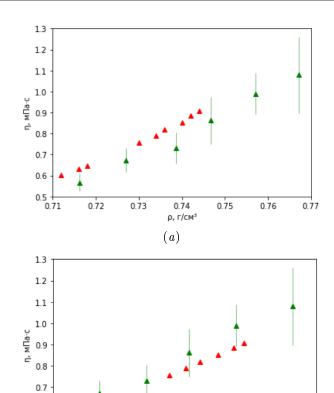
$$\eta(P_{xy}) = \frac{V}{k_B T} \int_{o}^{\infty} < P_{xy}(t) P_{xy}(t+\tau) > d\tau, \tag{5}$$
 где  $V$  — объем ячейки моделирования,  $P_{xy}$  — элемент

где V — объем ячейки моделирования,  $P_{xy}$  — элемент тензора давлений. Определим коэффициент сдвиговой вязкости для элементов  $P_{xy}$ ,  $P_{xz}$  и  $P_{yz}$  тензора давления после чего усредним полученный результат:

после чего усредним полученный результат: 
$$\eta = \frac{\eta(P_{xy}) + \eta(P_{xz}) + \eta(P_{yz})}{3}. \tag{6}$$
 Кроме того, проведем усреднение по всем траекто-

Кроме того, проведем усреднение по всем траекториям. Получившиеся результаты, вместе с экспериментальными данными [12] представлены на рисунке 3.

Получившаяся же зависимость коэффициента сдвиговой вязкости от давления для модели совпала с экспериментальными данными, в то время как при той же плотности у модели коэффициент вязкости полу-



**Рисунок 3.** Зависимости коэффициента сдвиговой вязкости от плотности (a) и давления (b). Зеленым представлены данные вычислений, красным — экспериментальные данные [12].

(b)

Р.10², атм

0.6

0.5

чался меньше, чем полученный экспериментально [12]. Наблюдается заметно лучшее совпадение с экспериментом для н-нонана  $(C_9H_{20})$ , чем в [13] TraPPE-UA и OPLS-AA для изооктана  $(C_8H_{18})$ .

# 4. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАДИУС

На основе полученных значений коэффициентов самодиффузии и сдвиговой вязкости определим значение гидродинамического радиуса  $SAFT-\gamma$  модели н-нонана, воспользовавшись соотношением Стокса—Эйнштейна.

$$r = \frac{k_B T}{6\pi D\eta}. (7)$$

Построим график зависимости коэффициентов самодиффузии от обратной вязкости, который представлен на рисунке 4.

На графиках заметно смещение полученной в расчетах зависимости от экспериментальной. При одинаковых коэффициентах самодиффузии, коэффициент обратной сдвиговой вязкости, рассчитанный для модели, получался больше, чем ожидалось.

Данное смещение, очевидно, связано с наблюдаемым смещением в изотерме на рисунке 1. Из-за того, что в системе было меньшее давление при тех же плотностях, коэффициент сдвиговой вязкости оказывался меньше. И, следовательно, коэффициент обратной вязкости — больше.

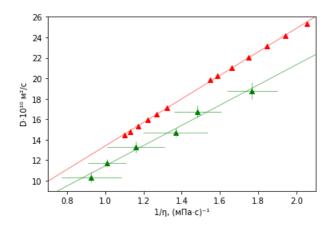


Рисунок 4. Графики зависимости коэффициента самодиффузии от обратного коэффициента сдвиговой вязкости. Зеленым представлены данные вычислений, красным — экспериментальные данные [12, 14]. Вертикальные и горизонтальные линии на символах указывают стандартную неопределенность вычисления коэффициентов самодиффузии и вязкости, соответственно.

Проведя линейную аппроксимацию с помощью метода наименьших квадратов графика на рисунке 4 для данных эксперимента и моделирования, гидродинамические радиусы получились соответственно равными:  $r_1=2.06\pm0.03~{\rm \AA}$  и  $r_2=2.41\pm0.18~{\rm \AA}$ 

Таким образом гидродинамический радиус для данных моделирования оказался больше ожидаемого результата, однако, находится в пределах 2 величин погрешности. То есть наблюдается сходство между моделируемым и экспериментальным эффективным радиусом, что отмечалось и для более точных моделей [13].

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При моделировании SAFT- $\gamma$  Міе модели н-нонана методом молекулярной динамики с помощью программного пакета LAMMPS для температуры 323 К и давлениях в промежутке от 10 до 80 МПа были получены зависимости давления от плотности, коэффициента самодиффузии и сдвиговой вязкости от плотности и давления. Также был вычислен гидродинамический радиус молекулы н-нонана в данной модели.

Расчет кривой изотермического сжатия показывает, что модель незначительно завышает плотность — отличие от экспериментальных данных для тех же давлений составляет не более 3% (или на  $0.2~\mathrm{r/cm}^3$ ).

Зависимость же коэффициента самодиффузии от плотности совпала с экспериментально полученной. Однако зависимость от давления оказалась заниженной. При одинаковых давлениях у модели коэффициент самодиффузии был на 20% меньше, чем в эксперименте.

Схожие результаты получились для коэффициента сдвиговой вязкости, зависимость которого от давления в рамках погрешности вычислений совпала с экспериментально полученной. Зависимость же от плотности

оказалась заниженной. У модели коэффициент вязкости был меньше, чем в эксперименте при одинаковых плотностях.

И наконец, зависимость коэффициента самодиффузии от обратного коэффициента сдвиговой вязкости оказалась смещенной относительно зависимости, полученной в эксперименте, что связано с выведенной ранее смещенной изотермой, из-за которой тем же плотностям и соответственно коэффициентам самодиффузии соответствовали большие давления и меньшие обратные вязкости. Получившийся гидродинамический радиус совпал в пределах двух  $\sigma$  с величиной рассчитанного радиуса для данных, полученных экспериментально [12, 14].

Подводя итоги, при помощи SAFT- $\gamma$  Міе-модели для н-нонана были получены корректные зависимости коэффициента самодиффузии от плотности и коэффициента сдвиговой вязкости от давления, несмотря на отличие изотермы от ожидаемой. Величина гидродинамического радиуса продемонстрировала удовлетворительное согласие с полученной из экспериментальных данных величиной. Таким образом, рассматриваемая модель подходит для получения транспортных коэффициентов и в ряде случаев проявляет себя лучше, чем более точные модели, при этом являясь более простой для расчета.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Williams D E 1967 *J. Chem. Phys.* **47** 4680–4684
- Jorgensen W L, Madura J and Swenson C 1984 J. Am. Chem. Soc. 106 6638–6646
- Ungerer P, Lachet V and Tavitian B 2006 Oil Gas Sci. Technol. 61
- 4. Jorgensen W L, Maxwell D S and Tirado-Rives J 1996 J. Am. Chem. Soc. 118 11225–11236
- Martin M G and Siepmann J I 1998 J. Phys. Chem. B 102 2569–2577
- Rahman S U, Lobanova O R, Jiménez-Serratos G, Braga C, Raptis V, Müller E A, Jackson G, Avendaño C and Galindo A 2018 J. Phys. Chem. Biophys. 122 39 9161-9177
- Pot off J and Bernard-Brunel D 2009 J. Phys. Chem. Biophys. 113 14725-14731
- 8. Nielsen S O, Lopez C F, Srinivas G and Klein M L 2003 J. Chem. Phys. **119** 7043–7049
- Maerzke K and Siepmann J 2011 J. Phys. Chem. Biophys. 115 3452-3465
- Thompson A P et al 2022 Comput. Phys. Commun. 271 108171
- Shinoda W, Shiga M and Mikami M 2004 Phys. Rev. B 69 134103
- Assael M and Papadaki M I 1991 Int. J. Thermophys. 12 801–810
- 13. Kondratyuk N, Lenev D and Pisarev V 2020 J. Chem. Phys.  ${\bf 152}~191104$
- 14. Winkelmann J Self-diffusion coefficient of nonane: Datasheet from physical chemistry · volume 15b1: "diffusion in gases, liquids and electrolytes" in springermaterials (https://doi.org/10.1007/978-3-540-73735-3\_210) copyright 2017 Springer-Verlag GmbH Germany
- Kondratyuk N D and Orekhov M A 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1556 012048