

# Возбуждение нелинейных связанных колебаний заряженного пучка внешними магнитными полями

А. Р. Каримов<sup>1,2</sup> и А. М. Булыгин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

<sup>2</sup> Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет), Москва, Каширское шоссе, 31, Москва 115409, Россия

E-mail: a.m.bulygin@gmail.com

Статья поступила в редакцию 21 апреля 2019 г.

**Аннотация.** В рамках модели холодной гидродинамики рассматривается взаимодействие пучка заряженных частиц со скрещенными магнитными полями. Данный процесс приводит к передаче энергии/импульса от поля к пучку, что в свою очередь способствует усилению собственных электростатических колебаний в пучке. В настоящей работе исследованы особенности развития таких связанных аксиальных и радиальных колебаний вблизи резонансных частот. <https://doi.org/10.33849/2019105>

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Простейшим источником электромагнитных волн является колеблющийся в вакууме электрический заряд. Именно этот эффект, лежащий в основе всех современных устройств, начиная с СВЧ [1] приборов до лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) [2], позволяет получать электромагнитное излучение различной интенсивности и направленности в диапазоне от миллиметрового до рентгеновского в зависимости от способа возбуждения колебаний заряда.

Так, с классической точки зрения генерация в гиротронах [3–5] объясняется неустойчивостью пучка, связанной с вращением в магнитном поле электронов, при наличии электромагнитной волны на резонансной частоте, приводящей к фазовой группировке частиц и усилению волны. Технически данная идея реализуется с помощью резонатора, внутри которого возникают колебания, имеющие в своём спектре моду с частотой, близкой к одной из гармоник циклотронной частоты, при этом вращение частиц внутри устройства возникает вследствие взаимодействия пучка с внешним постоянным аксиальным магнитным полем. В ЛСЭ и синхротронах [6–10] излучение порождается моноэнергетическим пучком электронов [11], распространяющимся в периодической системе отклоняющих магнитных полей (так называемом ондуляторе). В этих устройствах электроны, совершая периодические колебания во внешнем магнитном поле, создают электромагнитное излучение, частота которого зависит от энергии электронов (через эффект Доплера при использовании релятивистских пучков) и параметров магнитной системы. В виркаторах для генерации излучения используют эффект виртуального катода, возникающий вследствие колебания ускоренных электронов около сетки устройства [12–14]. В процессе генерации происходит модуляция коллекторного и отражённого токов, инерционная группировка электронов [15] и осцилляции места разворота частиц. В этом случае частота излучения определяется собственной частотой электронного потока [16], т.е. зависит только от плотности потока.

Перечисленные физико-технические особенности генераторов электромагнитного излучения наводят на

мысль попытаться объединить достоинства этих систем в одной устройстве, где магнитное поле будет управлять процессами колебаний в пучке заряженных частиц, как это происходит в гиротронах и ЛСЭ, но сама величина частоты этих колебаний будет определяться динамическими процессами в самом пучке [17]. В настоящей работе исследуется развитие именно таких колебаний в пучке, распространяющемся в скрещенных магнитных полях с конфигурацией, ранее использованной для ускорения плазменных потоков [18–20].

## 2. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим возбуждение собственных колебаний в слаборелятивистском, вращающемся цилиндрическом пучке заряженных частиц, распространяющемся в заданных скрещенных магнитных полях. В схеме, изображенной на рисунке 1, магнитное поле имеет радиальную компоненту  $B_{0r}(r)$  и меняющуюся во времени аксиальную составляющую  $B_{0z}(t)$ . В данном случае  $B_{0z}$  обеспечивает ускоренное вращение пучка относительно оси  $Oz$  из-за генерации нестационарного азимутального электрического поля. Взаимодействие данного азимутального потока с  $B_{0z}$  приводит к появлению радиальной составляющей силы Ампера, направленной против собственного кулоновского поля пучка. Одновременно закрученный поток частиц взаимодействует с радиальной составляющей  $B_{0r}$ , и это приводит к передаче импульса из вращательной степени свободы пучка в аксиальное направление. Данные особенности при определенном соотношении между энергией, частотой собственных колебаний пучка и внешнего магнитного поля  $B_{0z}(t)$ , по нашему мнению, могут привести к раскачке колебаний скорости и плотности в различных макроскопических степенях свободы пучка, которые в отличие от обычных колебаний плотности заряда в пучках (см., например, [10]) будут явным образом зависеть от пространственной размерности колебательной моды.

Чтобы описать процесс раскачки таких колебаний под действием только силы Лоренца в системе, изображенной на рисунке 1, в приближении холодной гидродинамики рассмотрим динамику осесимметричного

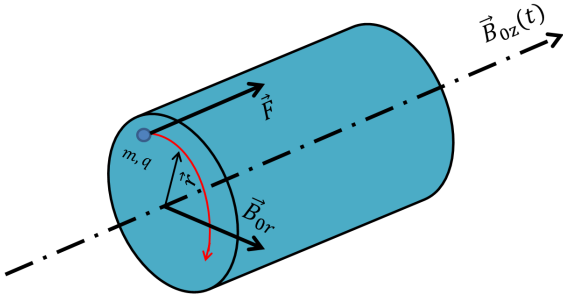


Рисунок 1. Схема участка ускорения заряженных частиц.

( $\partial_\varphi \equiv 0$ ), однородного пучка, состоящего из одинаковых частиц с зарядом  $q$  и массой  $m$ . Также воспользуемся линейностью уравнений Максвелла относительно электрических  $\mathbf{E}$  и магнитных  $\mathbf{B}$  полей, которая позволяет выделить собственную (помеченную звездочкой) и внешнюю (имеющую индекс нуль) составляющую, т.е. представить поля в виде

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}^*, \quad (1)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}^*. \quad (2)$$

Предполагается, что внешнее магнитное поле системы имеет вид

$$\mathbf{B}_0 = B_{0r}\mathbf{e}_r + B_{0z}(t)\mathbf{e}_z, \quad (3)$$

где  $B_{0r} = B_{0r}(r)$  и  $B_{0z} = B_{0z}(t)$  — известные, независимые функции. Такая конфигурация внешнего магнитного поля может быть сформирована с помощью конструкции, содержащей постоянный магнит определенной конфигурации, обеспечивающий формирование радиального магнитного поля, и соленоид, создающий переменное аксиальное поле [18]. Следует иметь в виду, что это внешнее магнитное поле должно удовлетворять уравнению  $\nabla \cdot \mathbf{B}_0 = 0$ , тогда, учитывая, что  $B_{0z}(t)$  не зависит от координаты, можно прийти к выводу, что  $B_{0r} \sim 1/r$ . Если же  $B_{0z}$  будет меняться по  $z$ , например, пропорционально координате, тогда  $B_{0r} \sim r$ , т.е. радиальное магнитное поле будет порождаться в соленоиде, и не будет необходимости в достаточно сложной конструкции [18], обеспечивающей формирование  $B_{0r}$ . Однако, в любом случае вопрос о структуре внешнего магнитного поля требует отдельного рассмотрения, что будет сделано нами в дальнейшем. В настоящей работе для оценки возможного эффекта мы ограничимся простейшим случаем, положив  $B_{0r} = \text{const}$  в области  $0 \leq r \leq b$ , где  $b$  — характерный размер, ограничивающий поверхность.

Тогда, при сделанных предположениях, поле  $\mathbf{B}_0$  согласно закону Фарадея, записанному в интегральной форме

$$\int_\gamma \mathbf{E}_0 d\mathbf{l} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_\gamma} \mathbf{B}_0 d\mathbf{S}, \quad (4)$$

порождает вихревое электрическое поле  $\mathbf{E}_0$ . Учитывая осесимметричность задачи, для конфигурации, изобра-

женной на рисунке 1, получаем

$$E_{0\varphi} = -\frac{r}{2c} \frac{\partial B_{0z}}{\partial t}, \quad (5)$$

т.е. внешнее электрическое поле имеет только азимутальную составляющую. Собственные компоненты электрического  $\mathbf{E}^*$  и магнитного  $\mathbf{B}^*$  полей определяются динамическими процессами в самом пучке, которые в рассматриваемом приближении описываются уравнениями холодной гидродинамики и системой уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \frac{q}{m} \left[ \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right], \quad (6b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^* = 4\pi qn, \quad (6c)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^* = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t}, \quad (6d)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^* = 0, \quad (6e)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}^* = -\frac{4\pi}{c} qn\mathbf{v} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial t}, \quad (6f)$$

где  $n$  и  $\mathbf{v}$  — плотность и скорость пучка соответственно.

Для дальнейшего анализа удобно переписать основные соотношения в безразмерных переменных, используя в качестве меры плотности начальную плотность пучка  $n_0$ , в качестве меры времени величину  $\omega_b^{-1} = (4\pi n_0 q^2 / m)^{-1/2}$ , в качестве характерного пространственного масштаба начальный поперечный размер пучка  $R_0$ . При этом скорости нормируются на  $\tilde{V} = R_0 \omega_b$ , электрическое поле — на  $\tilde{E} = (4\pi n_0 m \tilde{V}^2)^{1/2}$ , а магнитное поле — на амплитуду внешнего магнитного поля  $B_0$ . В результате (5) и (6) примут вид

$$E_{0\varphi} = -\varkappa \frac{r}{2} \frac{\partial B_{0z}}{\partial t}, \quad (7a)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0, \quad (7b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \text{sgn}(q) [\mathbf{E} + \varkappa \mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (7c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^* = \text{sgn}(q)n, \quad (7d)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^* = -\varkappa \frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t}, \quad (7e)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^* = 0, \quad (7f)$$

$$\varkappa \frac{\omega_L^2}{\omega_b^2} \nabla \times \mathbf{B}^* = \text{sgn}(q)n\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial t}, \quad (7g)$$

здесь введен безразмерный параметр

$$\varkappa = \omega_c / \omega_b, \quad (8)$$

где  $\omega_c = |q|B_0/mc$  — циклотронная частота, и характерная частота  $\omega_L = c/R_0$ . Величина  $\varkappa$  определяет возможность реализации физически разных сценариев динамики рассматриваемой системы.

Нелинейная система уравнений в частных производных (6) описывает динамику холодного нерелятивистского пучка заряженных частиц в магнитном поле вида (3). В зависимости от начальных условий и числа  $\varkappa$  данная система допускает различные виды развития собственных колебаний во внешних полях установлен-

ного вида. Чтобы было справедливо нерелятивистское рассмотрение, установим верхний предел для компонент скорости пучка  $v_r(t)$ ,  $v_\varphi(t)$  и  $v_z(t)$  на уровне  $\sim 0.1 c$ .

### 3. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ БРИЛЛЮЭНОВСКОГО ПУЧКА

Чтобы провести такое исследование наиболее простым образом, сделаем ряд дополнительных упрощений, позволяющих свести систему нелинейных уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого рассмотрим частный случай, когда в пучке реализуется распределение скоростей

$$\mathbf{v} = rA(t)\mathbf{e}_r + rC(t)\mathbf{e}_\varphi + rD(t)\mathbf{e}_z, \quad (9)$$

здесь функции  $A(t)$ ,  $C(t)$  и  $D(t)$  соответствуют радиальной, азимутальной и аксиальной компонентам скорости частиц, а плотность зависит только от времени

$$n = n(t). \quad (10)$$

Распределение собственного электрического поля возьмем в виде

$$\mathbf{E}^* = r\varepsilon_r(t)\mathbf{e}_r + r\varepsilon_\varphi(t)\mathbf{e}_\varphi, \quad (11)$$

где  $\varepsilon_r(t)$  и  $\varepsilon_\varphi(t)$  — неизвестные функции, отвечающие за изменение по времени радиальной и азимутальной компонент собственного электрического поля пучка. При записи (11) мы пренебрегли аксиальной компонентой поля, что допустимо, если

$$\left| \frac{\partial E_z / \partial z}{\partial E_r / \partial r} \right| \ll 1. \quad (12)$$

Физически это означает, что хотя пучок считается нерелятивистским, его кинетическая энергия превосходит собственную потенциальную энергию пучка. Также следует отметить, что рассматриваемая модель пучка, по сути, является бриллюэновской моделью пучка [21] с нестационарным азимутальным электрическим полем и постоянным радиальным магнитным полем, обеспечивающим перенос импульса из вращательной в аксиальную моду.

Используя зависимость (11) в законе Фарадея (7е), приходим к соотношениям

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{2}{\varkappa}\varepsilon_\varphi, \quad (13)$$

т.е. при  $B_r(0) = 0$  и  $B_\varphi(0) = 0$  собственное магнитное поле имеет только аксиальную компоненту

$$\mathbf{B}^* = B_z(t)\mathbf{e}_z, \quad (14)$$

в которой изменение  $B_z(t)$  определяется третьим соотношением в (13). Для данного  $\mathbf{B}^*$  имеем  $\nabla \times \mathbf{B}^* \equiv \mathbf{0}$ , а значит уравнение (7г) сводится к

$$\frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial t} = -\text{sgn}(q)n\mathbf{v}. \quad (15)$$

Следует отметить, что в данном случае при помощи линейных преобразований соотношений (7б) и (15) полу-

чается уравнение (7д), т.е. оно в дальнейшем анализе не используется. В таком случае подстановка соотношений (9–11) и (14) в уравнения (7) и (15) с использованием зависимости (7а) дает

$$\frac{dA}{dt} + (A^2 - C^2) = \text{sgn}(q) [\varepsilon_r + \varkappa C (B_{0z} + B_z)], \quad (16a)$$

$$\frac{dC}{dt} + 2AC = -\frac{\varkappa}{2} \frac{dB_{0z}}{dt} + \text{sgn}(q) [\varepsilon_\varphi + \varkappa (B_{0r}D - (B_{0z} + B_z)A)], \quad (16b)$$

$$\frac{dD}{dt} + AD = -\text{sgn}(q)\varkappa B_{0r}C, \quad (16c)$$

$$\frac{dn}{dt} + 2nA = 0, \quad (16d)$$

$$\frac{dB_z}{dt} = -\frac{2}{\varkappa}\varepsilon_\varphi, \quad (16e)$$

$$\frac{d\varepsilon_r}{dt} = -\text{sgn}(q)nA, \quad (16f)$$

$$\frac{d\varepsilon_\varphi}{dt} = -\text{sgn}(q)nC. \quad (16g)$$

Еще раз подчеркнем, что используемая здесь величина  $B_{0z}(t)$  представляет собой известную функцию, чей вид будет конкретизирован при численном моделировании данной системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих поведение пучка заряженных частиц в скрещенных магнитных полях.

### 4. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

С точки зрения технической реализации рассматриваемой схемы (см. рисунок 1) усиление собственных колебаний в пучке должно обеспечивать относительную пространственную локализацию пучка — характерный поперечный размер пучка не должен превышать поперечного размера тракта установки. В качестве такой пространственной характеристики удобно использовать огибающую пучка  $R(t)$ , определяющую границу раздела между пучком частиц и вакуумом. К тому же, оценка эффективности предлагаемого метода должна проводиться на основе таких интегральных характеристик, как полный импульс и полная кинетическая энергия пучка, что также требует введения огибающей  $R(t)$ .

Чтобы оценить  $R(t)$ , рассмотрим полное количество частиц на единицу длины пучка:

$$N = \int_0^{2\pi} \int_0^R n(t)rdrd\varphi. \quad (17)$$

Для однородного распределения плотности (10) из (17) получаем

$$N = \pi R^2 n. \quad (18)$$

Поскольку это соотношение представляет собой закон сохранения частиц в выделенном объеме при отсутствии в пучке процессов рождения и потерь частиц, то, положив для простоты в начальный момент времени  $R(t=0) = n(t=0) = 1$ , из (18) находим

$$R(t) = \frac{1}{\sqrt{n(t)}}. \quad (19)$$

Аналогично (17) можно определить полную кинетическую энергию выделенного объема:

$$K(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{v_r^2 + v_\varphi^2 + v_z^2}{2} n(t) r dr d\varphi. \quad (20)$$

Подставив (10) и (9) в (20) и воспользовавшись (19), получим

$$K(t) = \frac{\pi}{4n(t)} \left( A(t)^2 + B(t)^2 + C(t)^2 \right). \quad (21)$$

## 5. ДИНАМИКА СВЯЗНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ПУЧКЕ

Как отмечалось, в системе, изображенной на рисунке 1, под действием внешних полей могут раскачиваться связанные азимутальные, радиальные и аксиальные нелинейные колебания. Для определенности рассмотрим модель (9–11), (16) при гармоническом изменении аксиальной составляющей внешнего магнитного поля

$$B_{0z} = B_{0z} \sin(ht),$$

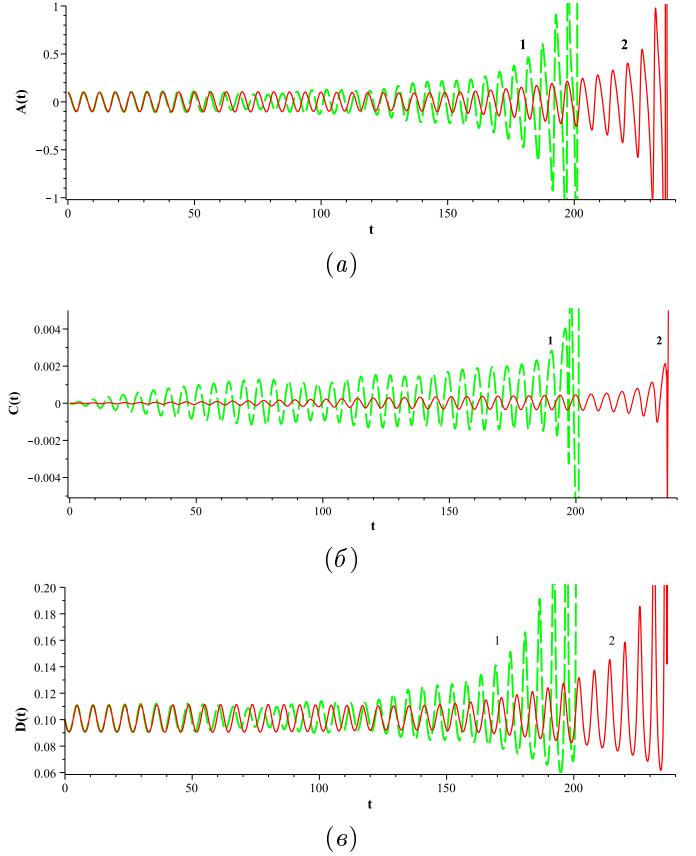
где  $B_{0z}$  — амплитуда, а  $h$  — безразмерная частота внешнего поля. Процесс рассматривается при постоянной радиальной компоненте, направленной наружу пучка, т.е. во всех расчетах мы будем использовать  $B_{0r} = 1$ . Возникает вопрос об изменении характеристик возникающих колебаний во времени и о взаимном влиянии колебательных мод друг на друга. Особенно сильно это может проявляться вблизи резонанса, когда частота собственных колебаний  $\omega_b$  будет близка частоте внешнего поля.

В качестве иллюстрации такого поведения мы приведем результаты по динамике электронного пучка ( $\text{sgn}(q) = -1$ ) при  $h \approx \omega_b$  в пределе  $\varkappa \ll 1$ , где прямое влияние внешнего магнитного поля на динамику ничтожно, но происходит генерация собственного магнитного поля [см. уравнение (16e)]. Чтобы понять физическую приемлемость получаемых результатов в зависимости от величины  $\varkappa$ , перепишем (8) в виде

$$n_0 = \frac{B_{0z}^2}{4\pi m c^2 \varkappa^2}, \quad (22)$$

что позволит оценить соответствующий диапазон  $n_0$  и  $B_{0z}$ . Так, взяв  $\varkappa = 10^{-8}$  и  $B_{0z} = 1$  Тл, получаем  $n_0 = 10^8 \text{ см}^{-3}$ , а величина характерного времени в этом случае составляет  $\omega_b^{-1} = 2 \times 10^{-9} \text{ с}$ .

Пусть в начальный момент времени в электронном пучке отсутствует вращение, т.е. мы принимаем  $v_\varphi(t = 0) = 0$ . Также пренебрежем начальным собственным электрическим и магнитным полями, положив  $\varepsilon_r(0) = \varepsilon_\varphi(0) = B_z^*(0) = 0$ , данные условия могут быть реализованы в квазинейтральной плазме в начальный момент времени. В качестве начальных значений радиальной и аксиальной компонент скорости примем  $v_r(0) = v_z(0) = 2 \times 10^{-3} c$ , данная скорость соответствует кинетической энергии порядка 1 эВ, что совпадает с энергией вылета электронов из катода и поверхности квазинейтральной плазмы. Для удобства графического представления в настоящих расчетах в качестве  $\tilde{V}$  мы

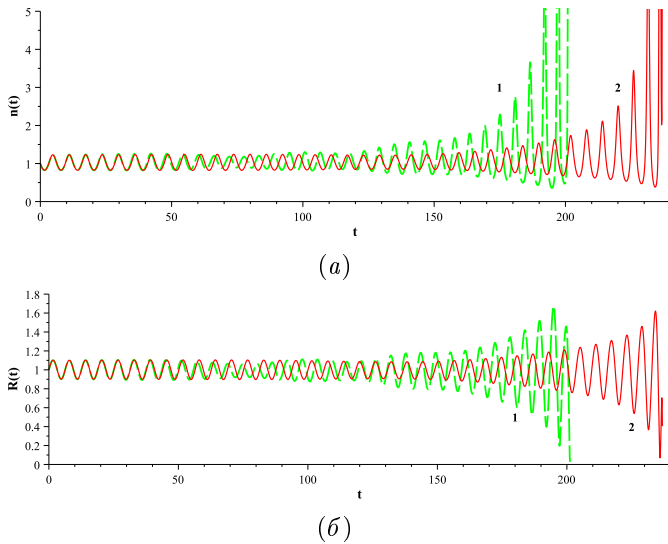


**Рисунок 2.** Временные зависимости компонент скорости (а) — радиальной  $A(t)$ , (б) — азимутальной  $C(t)$  и (в) — аксиальной  $D(t)$ , для параметров  $\varkappa = 10^{-4}$  (кривая 1) и  $\varkappa = 10^{-5}$  (кривая 2) с начальными условиями  $A(0) = D(0) = 0.1$  и  $C(0) = 0$ .

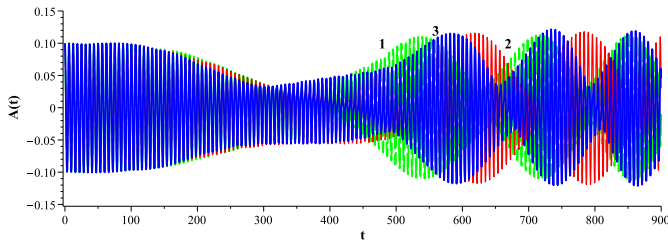
взяли величину  $\tilde{V} = 0.02 c$ , т.е.  $A(0) = D(0) = 0.1$  и  $C(0) = 0$ .

Результаты численного моделирования данной системы с указанными начальными данными показывают, что для случая достаточно разреженной среды при  $\varkappa > 10^{-8}$  раскачка происходит только в отдельных точках плоскости  $(\varkappa, h)$ . На рисунке 2 и рисунке 3 приведены типичные примеры эволюции нелинейных колебаний для  $(\varkappa = 10^{-4}, h = 1.071)$  и  $(\varkappa = 10^{-5}, h = 1.024)$ . Связанные колебания радиальной, азимутальной и аксиальной компоненты скорости происходят с возрастающей частотой и амплитудой. Увеличение амплитуды колебаний компонент скорости сопровождается значительными колебаниями плотности  $n(t)$  (рисунок 3(а)) при неограниченном уменьшении огибающей пучка  $R(t)$  (рисунок 3(б)), а значит, используемая модель имеет смысл только до тех пор, пока в пучке не разовьется коллапс плотности. При этом временные зависимости  $C(t)$ ,  $D(t)$ ,  $n(t)$  и  $R(t)$  ведут себя подобно  $A(t)$ . Поэтому далее мы ограничимся представлением только радиальной компоненты скорости  $A(t)$ .

Однако, для большинства других значений  $h$  при  $\varkappa > 10^{-8}$  реализуется совершенно другая динамика; типичное распределение радиальной компоненты скорости приведено на рисунке 4. В отличие от графика на рисунке 2, где наблюдался постоянный рост амплитуды, здесь на начальном этапе ( $t < 450$ ) происходит затухание колебаний, как в радиальной, так и азимутальной модах, а



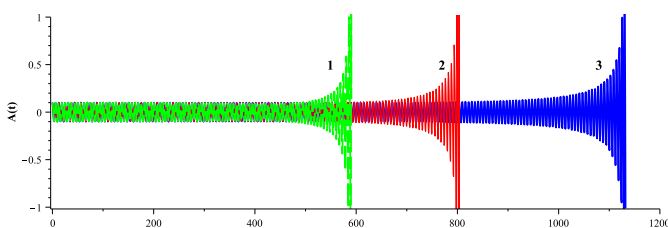
**Рисунок 3.** Временные зависимости характеристик пучка (а) — плотности  $n(t)$  и (б) — огибающей пучка  $R(t)$  для параметров  $\varkappa = 10^{-4}$  (кривая 1) и  $\varkappa = 10^{-5}$  (кривая 2) для начальных данных  $n(0) = R(0) = 1$ .



**Рисунок 4.** Зависимость радиальной компоненты скорости пучка от времени  $A(t)$  для параметра  $\varkappa = 10^{-7}$ , где  $h = 0.96$  соответствует кривой 1,  $h = 0.97$  — кривой 2 и  $h = 0.98$  — кривой 3 для начальной скорости  $A(0) = 0.1$ .

для времен ( $t > 450$ ) формируются устойчивые пакеты. По-видимому, такой процесс обусловлен передачей импульса из этих мод в поступательное движение потока, выходящий с течением времени на насыщение.

Для плотной среды при  $\varkappa < 10^{-8}$  развитие растущих по времени колебаний скорости и плотности не зависит от величины  $h$ . Как видно из приведенных графиков, вплоть до момента срыва колебаний происходит рост амплитуды скорости на несколько порядков, т.е. в данном диапазоне возникают благоприятные условия для возникновения генерации электромагнитного излучения. Уменьшение  $\varkappa$  приводит к увеличению времени развития сингулярности.



**Рисунок 5.** Зависимость радиальной компоненты скорости пучка от времени  $A(t)$  для параметров  $\varkappa = 10^{-8}$  (кривая 1),  $\varkappa = 10^{-9}$  (кривая 2) и  $\varkappa = 10^{-10}$  (кривая 3) для начальной скорости  $A(0) = 0.1$ .

Также следует отметить, что во всех рассмотренных вариантах уменьшение параметра  $\varkappa$  приводит к увеличению времени экспоненциального роста для всех величин. При этом рост амплитуды колебаний различных компонент скорости сопровождается увеличением частоты колебаний, т.е. схема, изображённая на рисунке 1, может быть использована для генерации электромагнитного излучения.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе в рамках модели холодной гидродинамики рассмотрен вопрос о возбуждении и об усилении аксиальных и радиальных колебаний конечной амплитуды в пучке заряженных частиц, находящемся в скрещенных магнитных полях (см. рисунок 1). Исследование такого взаимодействия проводилось для упрощённого случая для нерелятивистского, пространственно однородного холодного пучка, в котором отсутствуют диссипативные процессы, включая излучательные процессы. В данном случае внешняя, переменная во времени аксиальная составляющая магнитного поля (рассматривался случай гармонически меняющегося магнитного поля) порождает азимутальное вихревое электрическое поле, которое обеспечивает передачу импульса от поля к пучку, что приводит к появлению азимутального ускорения частиц пучка. При этом постоянная радиальная составляющая внешнего магнитного поля приводит к передаче азимутального импульса в направлении распространения пучка, за счет чего происходит ускорение пучка (см. кривые на рисунке 2). Таким образом, происходит взаимодействие внешнего поля с пучком заряженных частиц, ведущее к увеличению кинетической энергии частиц, что при определенном соотношении между начальными кинематическими параметрами пучка приводит к усилению собственных электростатических колебаний плотности и скорости пучка, связанных соотношениями (16), как по частоте, так и по амплитуде колебаний.

Особенно наглядно данный процесс проявляется, когда частота внешнего поля близка частоте собственных колебаний пучка (см. кривые на рисунках 2, 3 и 5). Как видно из приведенных зависимостей, для указанных параметров пучка и магнитного поля в выбранном диапазоне частот (отличающихся от резонансной частоты процессов менее чем на 5%) наблюдается рост радиальной и аксиальной составляющих поля.

К тому же, приведенные результаты показывают, что плотность пучка частиц растёт во времени при увеличении радиальной и аксиальной компоненты скорости. Данный процесс сопровождается существенным уменьшением огибающей пучка (см. соотношение (19)), что говорит о возможной реализации процесса в реальных ускорителях, где поперечный размер ограничивается размером вакуумной камеры. Таким образом, процесс трансформации энергии от внешнего поля в кинетическую энергию пучка демонстрирует возможность реализации эффективного ускорения пучка внешним магнитным полем определённой конфигурации, причём не только в аксиальном, но и в радиальном направлении, что предоставляет возможность в дальнейшем использовать данный пучок в качестве эффективного генератора излучения.

Однако следует иметь в виду, что полученные зависимости относятся к упрощенной модели, не учитывающей излучательные процессы, что может существенным образом исказить наблюдаемую физическую картину. При этом приведенные зависимости указывают на сильную зависимость от начальной энергии пучка, т.е. данные нелинейные процессы обмена энергией/импульсом между внешним полем и пучком имеют явно резонансный характер в достаточно узком диапазоне начальных параметров.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (№ 14.575.21.0169 (RFMEFI57517X0169) и программы повышения конкурентоспособности МИФИ (контракт № 02.а03.21.0005).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Диденко А Н и Юшков Ю Г 1984 *Мощные СВЧ-импульсы наносекундной длительности* (Москва: Энергоатомиздат)
2. Маршалл Т 1983 *Лазер на свободных электронах* (Москва: Мир)
3. Власов С Н 2000 *ЖТФ* **70** 124–127
4. Розенталь Р М, Исаева О Б, Гинзбург Н С и др 2018 *Изв. вузов "ПНД"* **26** 78–98
5. Лучинин А Г и Нусинович Г С 1989 *Гиротроны* (Горький: ИПФ АН СССР) с. 55–72
6. Тернов И М 1995 *УФН* **165** 429–456
7. Wehretter E 1996 *Compact synchrotron light sources* (Berlin: World Scientific)
8. Pukhov A and Kiselev S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93**(135004)
9. Коломенский А А и Лебедев А Н 1962 *Теория циклических ускорителей* (Москва: ГИФМЛ)
10. Лоусон Дж 1980 *Физика пучков заряженных частиц* (Москва: Мир)
11. Buts V A, Lebedev A N and Kurilko V I 2006 *The Theory of Coherent Radiation by Intense Electron Beams* (Berlin: Springer)
12. Дубинов А Е и Селемир В Д 1995 *Зарубежная радиоэлектроника* **4** 54
13. Диденко А Н, Григорьев В П и Жерлицын А Г 1989 *Плазменная электроника* (Киев: Наукова Думка) с. 112–131
14. Рухадзе А А, Столбецов С Д и Тараканов В П 1992 *Радиотехника и электроника* **37** 385–96
15. Донец Е Д, Донец Е Е, Сыресин Е М и др 2011 *ЖТФ* **81** 103–10
16. Hramov A E, Kurkin S A, Koronovskii A A and Filatova A E 2012 *Phys. Plasmas* **19**(112101)
17. Dubinov A E, Petrik A G, Kurkin S A, Frolov N S, Koronovskii A A and Hramov A E 2016 *Phys. Plasmas* **5**(042105)
18. Karimov A R and Murad P A 2017 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **45** 1710
19. Karimov A R and Murad P A 2018 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **46** 882
20. Karimov A R, Terekhov S A, Shikanov A E and Murad P A 2019 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **47** 1520
21. Davidson R C 2001 *Physics of nonneutral plasmas* (London: Imperial College Press)